Elektroproduktion von Mesonen an Kernen

Diplomarbeit

vorgelegt von

Jürgen Lehr

aus Gießen

Institut für Theoretische Physik I
Justus-Liebig-Universität Gießen

Gießen, 1999

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

In der vorliegenden Arbeit wird die Elektroproduktion von Pionen und Eta-Mesonen am Kern im Energiebereich zwischen der ersten und der dritten Resonanzregion für $Q^2 \leq 1.0$ GeV^2 betrachtet.

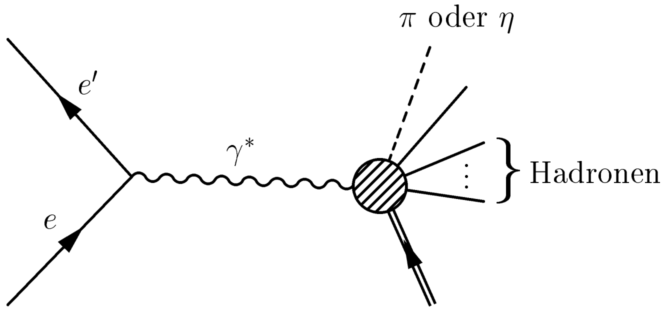


Abbildung 1.1: Elektroproduktion am Kern

Die Elektron-Kern-Reaktion kann als zweistufiger Prozeß aufgefaßt werden: Zunächst wechselwirkt das Elektron mit den Nukleonen im Kern über ein ausgetauschtes virtuelles Photon. Prozesse höherer Ordnung werden wegen der geringen Größe der elektromagnetischen Kopplungskonstante vernachlässigt. In diesem elementaren Vorgang kommt es zur Produktion von einem oder zwei Pionen oder zur Anregung einer Nukleonenresonanz. Diese Reaktionsprodukte können dann im zweiten Teil der Reaktion mit den Nukleonen in ihrer Umgebung wechselwirken ('final state interactions'). Es ist daher klar, daß es nicht ausreicht, nur den elementaren Prozeß zu beschreiben, sondern daß die zusätzlichen Wechselwirkungen simuliert werden müssen. Dies geschieht mit Hilfe eines semiklassischen BUU-Transportmodells.
'Schneidet' man den Photonenpropagator in Abbildung 1.1 durch, so kann man den Elektroproduktionsprozeß auch als Reaktion eines virtuellen Photons mit einem Kern auffassen und dann in ähnlicher Weise behandeln wie die Reaktion eines reellen Photons mit einem Kern, die z.B. in [Ef96] betrachtet wurde.

Die Elektron-Nukleon-Wechselwirkung wird hauptsächlich durch die Anregung intermediärer Nukleonenresonanzen bestimmt. Daher eignen sich solche Prozesse, um die Wechselwirkung dieser Resonanzen mit nuklearer Materie zu studieren. Dabei hat man im Vergleich zu photonuklearen Reaktionen den Vorteil, daß die involvierten Photonen virtuell sind. Dies bietet zum einen die Möglichkeit, neben der Photonenenergie, die maßgeblich für die Anregung einer bestimmten Resonanz ist, auch den Impulsübertrag in der Photon-Nukleon-Reaktion frei wählen zu können. Daraus kann man Erkenntnisse über die Impulsabhängigkeit von In-Medium-Prozessen (wie z.B. der π-N-Reaktion oder η-N-Reaktion) gewinnen, wie es im Rahmen der Photoproduktion aufgrund der Gleichheit von Gammaenergie und -impuls nicht möglich ist. Zum anderen kann ein virtuelles Photon longitudinal polarisiert sein. Man kann daher der Frage nachgehen, in welchem Maße die Polarisation die Kopplung an Nukleonenresonanzen beeinflußt. Darüberhinaus ist es außerordentlich interessant zu beobachten, inwieweit sich die Wirkungsquerschnitte mit steigendem Q^2 im Vergleich zu denen in der Photoproduktion verändern. Dies gilt insbesondere für die Einflüsse der verschiedenen In-Medium-Modifikationen bei der Betrachtung von Prozessen am Kern.

In den siebziger und achtziger Jahren wurden u.a. am DESY und am SLAC, sowie in Daresbury und Bonn Messungen am Nukleon durchgeführt (siehe Zusammenstellung in [FH83]). Doch reichen z.B. die in der Ein-Pionen-Produktion zur Verfügung stehenden Daten nicht aus, um auf der Basis einer Partialwellenanalyse die elementaren e-p- und e-n-Wirkungsquerschnitte zu parametrisieren. Dies liegt vor allem daran, daß die totalen Wirkungsquerschnitte in der Elektroproduktion von drei Variablen (Energie des ein- und auslaufenden Elektrons und Streuwinkel) abhängen und ein entsprechend großer Meßaufwand betrieben werden müßte, um sie in ähnlich guter Weise zu kennen wie in der Photoproduktion. Die auf der Grundlage der vorhandenen Daten durchgeführte Parametrisierung induziert daher Unsicherheiten. Diese dehnen sich, da die elementaren Wirkungsquerschnitte am Nukleon als Grundlage zur Beschreibung der Elektron-Kern-Wechselwirkung dienen, auch auf die Ergebnisse am Kern aus.

In den achtziger Jahren gab es einige Messungen zum totalen Wirkungsquerschnitt $eA \to e'X$ (z.B. [Ba83], [Se89]), die sich aber auf den Energiebereich bis zur Delta-Resonanz und fast ausschießlich auf Kohlenstoff als Targetkern beschränken. Diese Experimente bieten die einzige Möglichkeit, die Rechnungen am Kern zu überprüfen und letztendlich festzustellen, ob die Elektron-Kern-Wechselwirkung im Rahmen des BUU-Modells beschrieben werden kann. Messungen zur Pionen- und Eta-Produktion am Kern fehlen völlig, so daß unsere Resultate bislang nur vorhersagenden Charakter haben. Insbesondere kann die Elektroproduktion von Mesonen am Kern bisher neben der Photoproduktion keine weiteren Aufschlüsse darüber geben, ob die Mesonendynamik im BUU-Modell korrekt behandelt wird.

Für die kommenden Jahre sind Experimente zu zahlreichen Reaktionen und Kanälen der Elektroproduktion an Nukleon und Kern in Mainz und am Jefferson Laboratory geplant. Neben der genaueren Betrachtung der elementaren Photon-Nukleon-Reaktionen in der zweiten und dritten Resonanzregion soll unter anderem auch der Zwei-Pionen-Zerfall elektroproduzierter Resonanzen (also ein Kanal, zu dem bisher jegliche Informationen fehlen) und die Produktion von Baryonresonanzen untersucht werden. Auch einige Messungen zur Pionenproduktion am Kern stehen an.

Im Rahmen dieser Arbeit wird auf eine vollständige Vorstellung des BUU-Modells, auf dem sämtliche Rechnungen beruhen, verzichtet. In Kapitel 2 wird daher nur auf die BUU-Gleichung, die theoretische Grundlage des BUU-Modells, und deren Lösung eingegangen. Weitere Details, insbesondere die Initialisierung und die Parametrisierung der nicht die Elektron-Nukleon-Reaktion betreffenden Wirkungsquerschnitte sind in [Ef96] oder [Te97] zu finden.
In Kapitel 3 beschäftigen wir uns mit der elementaren Elektron-Nukleon-Wechselwirkung. Weiterhin werden die Parametrisierungen der entsprechenden Wirkungsquerschnitte vorgestellt. Speziell die Q^2-Abhängigkeit wird in Kapitel 4 ausführlich diskutiert. Daneben wird auch die Datenlage etwas genauer beleuchtet.
In Kapitel 5 wird zunächst gezeigt, wie die elementaren Wirkungsquerschnitte verwendet werden, um analoge Wirkungsquerschnitte am Kern zu erzeugen. Danach wird die Reaktion $eA \to e'X$ behandelt. Kapitel 6 schließlich enthält die Diskussion der die Mesonenproduktion betreffenden Wirkungsquerschnitte.
Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung in Kapitel 7.

Kapitel 2

Das BUU-Modell

Die vorliegende Arbeit basiert auf einem BUU-Transportmodell. Solche Modelle wurden seit Beginn der 80er Jahre erfolgreich zur Beschreibung von Schwerionenkollisionen verwendet ([Be84], [Te97]) und schließlich auch zur Untersuchung von Gamma-Kern-Reaktionen benutzt ([Ho94], [Ef96]). Sie basieren auf der sogenannten BUU[1]-Gleichung, bei der es sich im wesentlichen um die Boltzmann-Gleichung handelt. Zur Behandlung fermionischer Systeme wurden zunächst von Nordheim [No28] und später von Uehling und Uhlenbeck [UU33] Pauli-Faktoren eingeführt.
In dieser Arbeit wird auf eine quantenmechanische Herleitung der BUU-Gleichung (siehe z.B. [CM90], [Be88]) verzichtet. Vielmehr soll ihre Struktur im Rahmen der klassischen Transporttheorie (z.B. [Gr94]) motiviert und diskutiert werden.

2.1 Die Vlasov-Gleichung

Betrachtet man in der klassischen Mechanik ein System aus N Teilchen mit einer Hamilton-Funktion

$$H = \sum_{i=1}^{N} t_i + \sum_{i<j} V(\vec{r}_i, \vec{r}_j), \tag{2.1}$$

welches sich gemäß der Hamilton'schen Gleichungen bewegt, so wird dieses System durch die N-Teilchen-Phasenraumdichte

$$f_N(\vec{r}_1, \vec{p}_1, ..., \vec{r}_N, \vec{p}_N, t)$$

beschrieben. Das Liouville'sche Theorem sagt nun aus, daß diese Phasenraumdichte in der Umgebung eines mitbewegten Phasenraumpunktes zeitlich konstant bleibt:

$$\frac{df_N}{dt} = 0.$$

[1]BUU = Boltzmann, Uehling, Uhlenbeck

Es läßt sich zeigen, daß das Liouville'sche Theorem äquivalent ist zu einer Hierarchie N gekoppelter Integro-Differentialgleichungen (BBKGY[2]-Hierarchie). Sie beschreibt den Zusammenhang der s-Teilchen-Phasenraumdichte mit der $(s+1)$-Teilchen-Phasenraumdichte $(s < N)$. Setzt man unter Vernachlässigung aller Teilchenkorrelationen die N-Teilchen-Phasenraumdichte als Produkt von N 1-Teilchen-Phasenraumdichten an, also

$$f_N(\vec{r}_1, \vec{p}_1, ..., \vec{r}_N, \vec{p}_N, t) = f_1(\vec{r}_1, \vec{p}_1, t) \cdot ... \cdot f_1(\vec{r}_N, \vec{p}_N, t),$$

so ergibt sich für die 1-Teilchen-Phasenraumdichte $(f \equiv f_1)$ die Vlasov-Gleichung

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial H_{\text{mf}}}{\partial \vec{r}} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} - \frac{\partial H_{\text{mf}}}{\partial \vec{p}} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} = 0 \tag{2.2}$$

mit einer Hamiltonfunktion

$$H_{\text{mf}} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + U(\vec{r}, t),$$

die ein mittleres Feld U beinhaltet. U hängt mit dem ursprünglichen 2-Teilchen-Potential aus (2.1) zusammen:

$$U(\vec{r}, t) = \int d^3r' d^3p' f(\vec{r}', \vec{p}', t) V(\vec{r}, \vec{r}').$$

Die Vlasov-Gleichung beschreibt die Dynamik *nichtwechselwirkender* Teilchen in einem Feld U und ist daher im Grunde nicht für die Untersuchung von Systemen aus Nukleonen, bei denen Kollisionen nicht vernachlässigbar sind, geeignet.

2.2 Das Stoßintegral

Es bietet sich allerdings ein Ausweg an, indem man die rechte Seite der Vlasov-Gleichung (2.2) durch ein sogenanntes Stoßintegral ersetzt:

$$\frac{df}{dt} = I_{\text{coll}}[f]. \tag{2.3}$$

Dies ist bereits die BUU-Gleichung. Die grobe Struktur des Kollisionsintegrals I_{coll} ergibt sich aus der folgenden, einfachen Überlegung: Betrachtet man ein festes Phasenraumelement $\Delta\Omega$, so können Nukleonen, die sich ursprünglich in $\Delta\Omega$ befinden, im Zuge einer Kollision in andere Phasenraumelemente $\Delta\Omega'$ gestreut werden. Genauso können Nukleonen aus $\Delta\Omega''$ nach $\Delta\Omega$ gestreut werden. Das Kollisionsintegral wird also aus einem Gewinn- und einem Verlustterm bestehen.
Zum Verlustterm tragen z.B. 2-Teilchen-Kollisionen vom Typ

$$N_1 + N_2 \rightarrow N_3 + N_4$$

[2]BBKGY = Born, Bogoljubov, Kirkwood, Green, Yvon

bei, wobei die Indizes verschiedene Impulse (und bei Nukleonen zusätzlich innere Freiheitsgrade) bezeichnen. Im Stoßzahlansatz wird angenommen, daß der Verlustterm proportional zu den Phasenraumdichten des Anfangszustandes, also $f(\vec{r}, \vec{p}_1, t)$ und $f(\vec{r}, \vec{p}_2, t)$, und der Übergangswahrscheinlichkeit des Prozesses $W(p_1, p_2; p_3, p_4)$ ist. Im Fall fermionischer Systeme kann der Endzustand Pauli-geblockt sein, was man durch zusätzliches Einführen von Pauli-Faktoren $(1 - f(\vec{r}, \vec{p}_3, t)), (1 - f(\vec{r}, \vec{p}_4, t))$ berücksichtigt. Die Integration über die Impulse $\vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4$ (und ggf. Summation über die inneren Freiheitsgrade) gewährleistet schließlich die Berücksichtigung aller möglicher Reaktionen. Mit analogen Überlegungen für den Gewinnterm kann man die BUU-Gleichung (2.3) ausführlicher schreiben:

$$
\begin{aligned}
\frac{df(\vec{r}, \vec{p}_1, t)}{dt} &= I_{\text{coll}}[f(\vec{r}, \vec{p}_1, t)] = \\
&= \int d^3p_2 d^3p_3 d^3p_4 \Big[W(p_3, p_4; p_1, p_2) \cdot f(\vec{r}, \vec{p}_3, t) f(\vec{r}, \vec{p}_4, t) \cdot (1 - f(\vec{r}, \vec{p}_1, t))(1 - f(\vec{r}, \vec{p}_2, t)) \\
&\qquad - W(p_1, p_2; p_3, p_4) \cdot f(\vec{r}, \vec{p}_1, t) f(\vec{r}, \vec{p}_2, t) \cdot (1 - f(\vec{r}, \vec{p}_3, t))(1 - f(\vec{r}, \vec{p}_4, t)) \Big].
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

Schließlich können die Übergangswahrscheinlichkeiten noch durch die Wirkungsquerschnitte der entsprechenden Prozesse ersetzt werden:

$$
\begin{aligned}
\frac{df(\vec{r}, \vec{p}_1, t)}{dt} = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p_2 d^3p_3 d\Omega v_{12} \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \times \\
\times f(\vec{r}, \vec{p}_1, t) f(\vec{r}, \vec{p}_2, t) \cdot (1 - f(\vec{r}, \vec{p}_3, t))(1 - f(\vec{r}, \vec{p}_4, t)).
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

v_{12} ist die Relativgeschwindigkeit der Teilchen 1 und 2 und Ω der Raumwinkel zwischen den Impulsen $\vec{p}_1$ und $\vec{p}_3$ im Schwerpunktsystem. g berücksichtigt die Entartung bei Vorhandensein innerer Freiheitsgrade, für Nukleonen gilt bei Spin- und Isospinentartung $g = 4$.

Neben den Nukleonen werden im BUU-Modell die 30 in [Ma92] aufgeführten und für den betrachteten Energiebereich relevanten Nukleonenresonanzen, darunter z.B. $\Delta(1232)$, $N(1440)$, $N(1520)$, $N(1535)$, sowie die pseudoskalaren Mesonen, die Vektormesonen ρ, ω, ϕ und das σ zur Beschreibung korrelierter π-π-Paare mit Isospin 0 betrachtet. Für jede Teilchenart wird eine eigene Phasenraumdichte eingeführt, sowie eine entsprechende BUU-Gleichung (für Bosonen natürlich ohne Pauli-Faktoren).

Darüberhinaus muß man elastische und inelastische Kollisionen zwischen Teilchen verschiedener Art berücksichtigen. Dazu werden die Stoßintegrale gekoppelt, so daß sie nicht mehr nur Funktional der 'eigenen' Phasenraumdichte sind, sondern von den Phasenraumdichten aller Teilchenarten, mit denen Reaktionen möglich sind, abhängen. Insgesamt erhält man ein System gekoppelter BUU-Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\frac{df^N}{dt} &= I_{\text{coll}}[f^N, f^{\Delta(1232)}, f^{N^*}, f^\pi, f^\eta, f^{m^*}] \\
\frac{df^{\Delta(1232)}}{dt} &= I_{\text{coll}}[f^N, f^{\Delta(1232)}, f^{N^*}, f^\pi] \\
&\vdots \\
\frac{df^\pi}{dt} &= I_{\text{coll}}[f^N, f^{\Delta(1232)}, f^{N^*}, f^\pi, f^{m^*}] \\
\frac{df^\eta}{dt} &= I_{\text{coll}}[f^N, f^{N(1535)}, f^{N^*}] \\
&\vdots
\end{aligned}$$

Dabei stehen f^{N^*} und f^{m^*} für die Phasenraumdichten höherer Nukleonenresonanzen bzw. Mesonenresonanzen.
Insgesamt werden mit Hilfe der gekoppelten Kollisionsintegrale die folgenden Reaktionen berücksichtigt:

- elastische Baryon-Baryon-Kollisionen

$$\begin{aligned}
N\ N &\leftrightarrow N\ N \\
N\ R &\leftrightarrow N\ R
\end{aligned}$$

- inelastische Baryon-Baryon-Kollisionen

$$\begin{aligned}
N\ N &\leftrightarrow N\ R \\
N\ R &\leftrightarrow N\ R' \\
N\ N &\leftrightarrow \Delta(1232)\ \Delta(1232)
\end{aligned}$$

- inelastische Meson-Baryon-Kollisionen

$$\begin{aligned}
R &\leftrightarrow N\ \pi \\
R &\leftrightarrow N\ \pi\pi \\
&\leftrightarrow \Delta(1232)\ \pi,\ N(1440)\ \pi,\ N\ \rho,\ N\ \sigma, ... \\
N(1535), N(1650), N(1990) &\leftrightarrow N\ \eta \\
N\ N &\leftrightarrow N\ N\ \pi
\end{aligned}$$

- Meson-Meson-Kollisionen

$$\begin{aligned} \rho &\leftrightarrow \pi\,\pi \quad (p\text{ -Welle}) \\ \sigma &\leftrightarrow \pi\,\pi \quad (s\text{ -Welle}) \\ \pi\quad \rho &\leftrightarrow \phi \end{aligned}$$

- oberhalb von $\sqrt{s} = 2.6$ GeV für Baryon-Baryon-Kollisionen bzw. $\sqrt{s} = 2.2$ GeV für Baryon-Meson-Kollisionen wird die Teilchenproduktion durch Hadronisierung von Strings mit Hilfe des Fritjof-Modells [Ge98] betrachtet.

2.3 Die Testteilchenmethode

Die Standardmethode zur Lösung der BUU-Gleichung (2.5) ist die Testteilchenmethode. Dazu ersetzt man die kontinuierliche Phasenraumdichte durch die diskrete Verteilungsfunktion einer endlichen Anzahl sogenannter Testteilchen:

$$f = \frac{1}{N} \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i)\delta(\vec{p} - \vec{p}_i). \tag{2.6}$$

Dabei ist N die Anzahl der Testteilchen pro Nukleon, d.h. die Anzahl der betrachteten Ensembles. Die Summe erstreckt sich über alle Teilchen einer bestimmten Art in allen Ensembles. In der Parallel-Ensemble-Methode ist es den Testteilchen nur erlaubt, mit Testteilchen aus dem gleichen Ensemble zu wechselwirken. Die Wirkungsquerschnitte der betrachteten Reaktion werden dann am Ende der Simulation durch Mittelung über die N verschiedenen Ensemble-Wirkungsquerschnitte gewonnen. Dagegen werden Größen wie z.B. das mittlere Feld U und die Phasenraumdichten, die in die Pauli-Faktoren $(1-f)$ eingehen, durch Mittelung über alle Testteilchen berechnet.
Setzt man den Ansatz (2.6) in die Vlasov-Gleichung (2.2) ein, so wird diese genau dann gelöst, wenn jedes Testteilchen die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen erfüllt, d.h.

$$\begin{aligned} \dot{\vec{p}_i} &= -\vec{\nabla} U \\ \dot{\vec{r}_i} &= \frac{\vec{p}_i}{m}. \end{aligned}$$

Daher entspricht im Rahmen dieser Betrachtung die Propagation der Testteilchen der Propagation klassischer Teilchen.

Zu Beginn der Simulation ($t = 0$) werden die Testteilchen im Ortsraum gemäß der Verteilungsfunktion

$$\varrho(r) = \frac{\varrho_0}{1 + \exp(\frac{r - r_0}{a})}$$

mit $r_0 = (1.124\text{ fm}) \cdot A^{1/3}$ und $a = (0.024 \cdot A^{1/3} + 0.29)$ fm initialisiert. Im Impulsraum wird das Thomas-Fermi-Verfahren verwendet, wobei ein lokaler, dichteabhängiger Fermi-Impuls

$$p_F = \left(\frac{3}{2}\pi^2 \varrho\right)^{1/3}$$

berechnet wird. Die Testteilchen werden dann gleichmäßig innerhalb der Fermi-Kugel mit Radius p_F verteilt.
Aus technischen Gründen ist die Anzahl der Testteilchen auf 200 bis 1000 beschränkt, je nach dem, welcher Kern betrachtet wird. Für Berechnungen an ^{40}Ca z.B. hat sich herausgestellt, daß mit 500 Testteilchen pro Nukleon bereits anständige Ergebnisse erzielt werden können.

Kapitel 3

Elementare Wirkungsquerschnitte

Ziel dieses Kapitels ist es, den Grundstein für die Beschreibung des Elektron-Kern-Prozesses zu legen. Dazu werden Wirkungsquerschnitte der Elektron-Nukleon-Reaktion im Vakuum hergeleitet.
In der sogenannten Impulsapproximation (Stoßnäherung) beschreibt man die Elektron-Kern-Wechselwirkung durch die Wechselwirkung des ausgetauschten Photons mit einem einzelnen Nukleon im Kern (siehe Abbildung 3.1). Eine solche Näherung ist gerechtfertigt, weil die Wellenlänge des virtuellen Photons viel kleiner ist als der Abstand zweier benachbarter Nukleonen.
Das ausgetauschte Photon befindet sich nicht auf seiner Massenschale und hat einen raumartigen 4-Impuls-Vektor $q_\mu = (E_\gamma, \vec{q})$ mit $q^2 < 0$. Um mit positiven Größen zu arbeiten, führt man $Q^2 \equiv -q^2$ ein. Q^2 ist unter Vernachlässigung der Elektronenmasse eine Funktion der Elektronenenergien und des Streuwinkels im Laborsystem:

$$Q^2 = 4E_eE_e' \sin^2 \frac{\vartheta_e}{2}. \tag{3.1}$$

Der hadronische Vertex in Abbildung 3.1 steht für verschiedene Prozesse. Zum einen können die Mesonen über die Anregung einer Resonanz und deren entsprechenden Zerfall

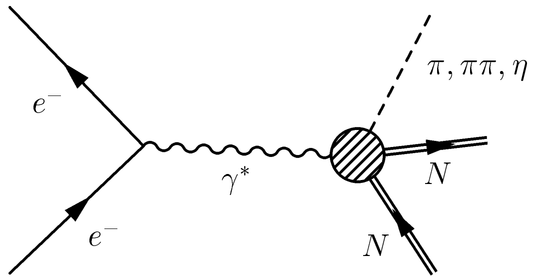


Abbildung 3.1: Mesonenproduktion am Nukleon

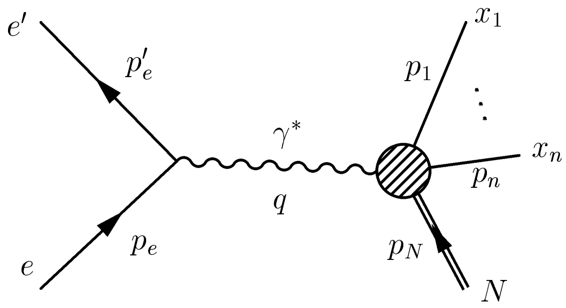


Abbildung 3.2: Allgemeiner Elektroproduktionsprozeß

erzeugt werden. Weiterhin beinhaltet der Vertex sogenannte Untergrund-Prozesse, bei denen intermediäre Nukleonen und Mesonen eine Rolle spielen.

3.1 Elektroproduktion am Nukleon

Zunächst beschreiben wir die Elektron-Nukleon-Wechselwirkung. Dabei soll die Struktur des Wirkungsquerschnittes anhand einer allgemeinen Reaktion $eN \rightarrow e'x_1...x_n$ erläutert werden (siehe Abbildung 3.2).
Im Laborsystem sei das Nukleon in Ruhe. Die z-Achse legen wir, wie in Abbildung 3.3 ersichtlich, in Richtung des einlaufenden Photons.

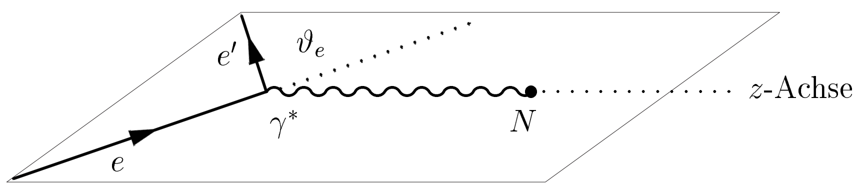


Abbildung 3.3: e-e'-Streuebene

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion lautet:

$$d\sigma = \frac{|\mathcal{M}_{\mathrm{fi}}|^2}{j} d\Phi_{n+1} \tag{3.2}$$

mit dem $(n+1)$-Teilchen-Phasenraum $d\Phi_{n+1}$ und dem Flußfaktor der einlaufenden Teilchen, der allgemein durch $j = 4\sqrt{(p_e \cdot p_N)^2 - m_1^2 m_2^2}$ und im Laborsystem durch $j = 2E_e 2m_N$

gegeben ist. Somit ist

$$d\sigma = \frac{1}{2E_e 2m_N}\left(\frac{d^3p'_e}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E'_e}\right)\left(\prod_{i=1}^{n}\frac{d^3p_i}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_i}\right)(2\pi)^4\delta^4(p_N + p_e - p'_e - \sum_i p_i)|\mathcal{M}_{\mathrm{fi}}|^2. \quad (3.3)$$

Für den Phasenraum des auslaufenden Elektrons schreiben wir

$$d^3p'_e = E'^2_e dE'_e d\Omega_e,$$

und für das Matrixelement gilt

$$|\mathcal{M}_{\mathrm{fi}}|^2 = \frac{1}{4}\sum_{\mathrm{Spins}}\left|h_\mu \frac{g^{\mu\nu}}{Q^2} l_\nu\right|^2 = \frac{e^4}{Q^4}\left(\frac{1}{2}\sum_{\mathrm{Spins}} l^\dagger_\mu l_\nu\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\sum_{\mathrm{Spins}} h^{\mu\dagger}h^\nu\right).$$

h_μ und l_μ sind die hadronischen und leptonischen Ströme.
Mit Hilfe der letzten beiden Gleichungen kann man den dreifach differentiellen Wirkungsquerschnitt der Elektroproduktion kompakt schreiben:

$$\frac{d\sigma}{dE'_e d\Omega_e} = \frac{\alpha^2}{Q^4}\frac{E'_e}{E_e} L_{\mu\nu}W^{\mu\nu}. \quad (3.4)$$

Dabei ist der leptonische Tensor durch

$$L^{\mu\nu} = 2(p'^{\,\mu}_e p^\nu_e + p'^{\,\nu}_e p^\mu_e) - Q^2 g^{\mu\nu} \quad (3.5)$$

und der hadronische Tensor durch

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi m_N}\frac{1}{2}\sum_{\mathrm{Spins}}\int\left(\prod_i \frac{d^3p_i}{(2\pi)^3}\frac{1}{2E_i}\right) h^{\mu\dagger}h^\nu (2\pi)^4\delta^4(p_N + q - \sum_i p_i) \quad (3.6)$$

gegeben.

Für weitere Rechnungen ist es allerdings sinnvoll, $W^{\mu\nu}$ in allgemeiner stromerhaltender Form zu schreiben. Dazu konstruiert man $W^{\mu\nu}$ aus $g^{\mu\nu}$ und den unabhängigen Impulsen am hadronischen Vertex, q und p_N. Der Gesamtimpuls der auslaufenden Hadronen $p' = p_1 + ... + p_n$ ist als Summe von p_N und q nicht unabhängig. Weiterhin muß nur der symmetrische Teil von $W^{\mu\nu}$ betrachtet werden, da alle antisymmetrischen Beiträge bei der Kontraktion mit dem symmetrischen leptonischen Tensor verschwinden. Wir setzen also an:

$$W^{\mu\nu} = W_1\left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right) + \frac{W_2}{m_N^2}\left(p^\mu_N - \frac{p_N q}{q^2}q^\mu\right)\left(p^\nu_N - \frac{p_N q}{q^2}q^\nu\right). \quad (3.7)$$

W_1 und W_2 werden Strukturfunktionen genannt und hängen von E_γ und Q^2 ab.

Nutzt man die Eichinvarianz von $L_{\mu\nu}$ und $W_{\mu\nu}$ aus, so ist

$$L_{\mu\nu}W^{\mu\nu} = L_{xx}W_{xx} + L_{yy}W_{yy} + \frac{Q^4}{E_\gamma^4}L_{zz}W_{zz} - \frac{Q^2}{E_\gamma^2}(L_{xz}W_{xz} + L_{zx}W_{zx}) + \\ + (\text{Terme, die } (x,y) \text{ und } (y,z)\text{-Elemente von } L_{\mu\nu} \text{ enthalten}).$$

Die Kinematik der Elektronen im Laborsystem (siehe Gleichung (C.1)) liefert für den leptonischen Tensor:

$$(L_{ij}) = \begin{pmatrix} Q^2\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} & 0 & -Q^2\sqrt{\frac{E_\gamma^2}{Q^2}}\frac{\sqrt{2\varepsilon(1+\varepsilon)}}{1-\varepsilon} \\ 0 & Q^2 & 0 \\ -Q^2\sqrt{\frac{E_\gamma^2}{Q^2}}\frac{\sqrt{2\varepsilon(1+\varepsilon)}}{1-\varepsilon} & 0 & E_\gamma^2\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon} \end{pmatrix}.$$

Hier wurde der Polarisationsparameter ε eingeführt, der als Funktion der Elektronenenergien und des Streuwinkels gegeben ist:

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + 2\tan^2\frac{\vartheta_e}{2}(1 + \frac{E_\gamma}{Q^2})}, \qquad \varepsilon \in [0,1]. \tag{3.8}$$

ε gibt Auskunft über den zusätzlichen Freiheitsgrad der longitudinalen Polarisation der virtuellen Photonen [Ly78]: Für $\varepsilon = 1$ ist das Photon parallel zur e-e'-Reaktionsebene in Abbildung 3.3 polarisiert, während im Fall $\varepsilon = 0$ eine Polarisation parallel und senkrecht zu dieser Ebene gleich wahrscheinlich ist.
Wegen $p_N = (m_N, 0, 0, 0)$ und $q = (E_\gamma, 0, 0, |\vec{q}|)$ im Laborsystem folgt für $W_{\mu\nu}$

$$\begin{aligned} W_{xx} &= W_{yy} = W_1 \\ W_{zz} &= W_1\left(1 - \frac{|\vec{q}|^2}{Q^2}\right) + \frac{W_2}{m_N^2}\left(\frac{m_N E_\gamma}{Q^2}\right)^2 |\vec{q}|^2 \\ W_{xz} &= W_{zx} = 0, \end{aligned}$$

und wir finden schließlich:

$$L_{\mu\nu}W^{\mu\nu} = \frac{2Q^2}{1-\varepsilon}\left[W_1 + \varepsilon\left(W_2\left(1 + \frac{E_\gamma^2}{Q^2}\right) - W_1\right)\right].$$

Ferner werden die folgenden Größen eingeführt ('Hand-Konvention') [Ha63]:

- Die äquivalente Photonenenergie

$$k_\gamma = \frac{s - m_N^2}{2m_N} \tag{3.9}$$

ist diejenige Energie, die ein reelles Photon im Laborsystem haben müßte, um dieselbe Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ im γ-N-System zu erzeugen wie das virtuelle Photon.

- Der virtuelle Photonen-Flußfaktor

$$\Gamma = \frac{\alpha}{2\pi^2}\frac{E_e'}{E_e}\frac{k_\gamma}{Q^2}\frac{1}{1-\varepsilon} \tag{3.10}$$

kann interpretiert werden als Fluß der virtuellen Photonen pro Einheitsvolumenelement des Phasenraumes der auslaufenden Elektronen.

- Die Strukturfunktionen W_1, W_2 aus Gleichung (3.7) werden schließlich durch den transversalen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_T = \frac{4\pi^2\alpha}{k_\gamma}W_1$$

und den longitudinalen Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_L = \frac{4\pi^2\alpha}{k_\gamma}\left(\left(1+\frac{E_\gamma^2}{Q^2}\right)W_2 - W_1\right)$$

ersetzt.

Damit läßt sich Gleichung (3.4) kurz schreiben in der Form:

$$\frac{d\sigma}{dE_e'd\Omega_e} = \Gamma\cdot(\sigma_T + \varepsilon\cdot\sigma_L) = \Gamma\cdot\sigma_{\gamma^* N}. \tag{3.11}$$

Diese Gleichung gilt für einen allgemeinen Kanal. Einen Ausdruck für den gesamten Wirkungsquerschnitt $\sigma_{eN\to e'X}$ erhält man durch Summation über alle möglichen Kanäle:

$$\frac{d\sigma_{eN\to e'X}}{dE_e d\Omega_e} = \Gamma\sigma_{\gamma^* N\to X} = \Gamma\cdot(\sigma_{\gamma^* N\to\pi N} + \sigma_{\gamma^* N\to\pi\pi N} + \ldots),$$

wobei sich jeder der Beiträge $\sigma_{\gamma^* N\to\pi N}$ usw. in einen transversalen und einen longitudinalen Anteil aufspalten läßt.
Die obigen Definitionen sind so gewählt (siehe Anhang A), daß σ_T im Limes $Q^2 \to 0$ übergeht in den Wirkungsquerschnitt derselben Reaktion, bei der statt eines virtuellen Photons ein reelles mit dem Nukleon wechselwirkt:

$$\lim_{Q^2\to 0}\sigma_T(\gamma^* N\to X) = \sigma(\gamma N\to X). \tag{3.12}$$

σ_T ist also eine Fortsetzung des 'reellen' Wirkungsquerschnittes in den raumartigen q^2-Bereich.
Dagegen ist

$$\lim_{Q^2\to 0}\sigma_L = 0, \tag{3.13}$$

d.h. der longitudinale Wirkungsquerschnitt ist auf virtuelle Photonen beschränkt.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß der Γ-Faktor aus Gleichung (3.11) sämtliche Informationen über den leptonischen Teil der Reaktion enthält. $\sigma_{\gamma^* N}$ beschreibt die Wechselwirkung eines virtuellen Photons der Eigenschaften E_γ, Q^2 und ε mit dem Nukleon.

Der experimentell gemessene Wirkungsquerschnitt $d\sigma/(dE'_e d\Omega_e)$ hängt von den drei leptonischen Variablen E_e, E'_e, ϑ_e ab. Äquivalent dazu ist der Variablensatz $E_\gamma, Q^2, \varepsilon$, der das virtuelle Photon beschreibt. Aus dem Elektroproduktionsquerschnitt läßt sich daher sofort der Querschnitt $\sigma_{\gamma^* N}$ des virtuellen Photons berechnen, der dann wegen (3.12) und (3.13) mit dem reellen Photoproduktionsquerschnitt verglichen werden kann.
Kennt man andererseits $\sigma_{\gamma^* N}$ bei gegebenem $E_\gamma, Q^2, \varepsilon$, so lassen sich die Eigenschaften E_e, E'_e, ϑ_e des Elektrons, welches das virtuelle Photon erzeugt, berechnen und somit auch der Elektroproduktionsquerschnitt. In dieser Weise werden die Wirkungsquerschnitte in unserem Modell berechnet.

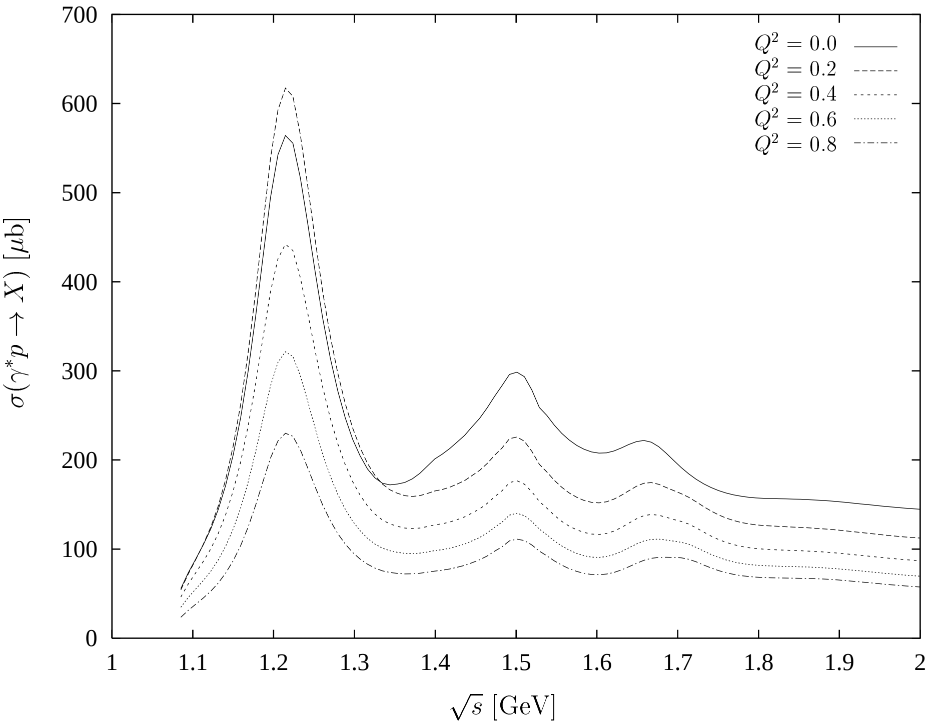


Abbildung 3.4: Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^* p \to X$. Die Kurven wurden mit den in diesem und im nächsten Kapitel hergeleiteten Parametrisierungen berechnet.

3.2 Der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma^* N \to X}$

Betrachtet man den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^* p \to X$ im Resonanzbereich für verschiedene Q^2 (Abbildung 3.4), so sieht man zunächst die drei Resonanzregionen. Die erste wird vollkommen vom $\Delta(1232)$ dominiert, wohingegen die anderen beiden mehrere Resonanzen (z.B. $N(1520), N(1535), N(1680)$) enthalten. Mit steigendem Q^2 sinkt der Wirkungsquerschitt $\sigma_{\gamma^* p}$. Dieses Verhalten kann sehr einfach als 'Formfaktor-Effekt' gedeutet werden, der immer dann auftritt, wenn Elektronen an einem Objekt mit ausgedehnter Ladungsverteilung gestreut werden: Der 3-Impuls des Photons $|\vec{q}| = \sqrt{E_\gamma^2 + Q^2}$ wächst mit Q^2, so daß die Wellenlänge abnimmt. Je größer Q^2 wird, desto kleiner wird der Ausschnitt der Struktur des Nukleons, die das Photon 'sieht'. Daher fällt der Wirkungsquerschnitt ab. Eine genauere Analyse zeigt darüberhinaus, daß die resonante Struktur an Ausprägung verliert. Dies kann man mit einer relativ steigenden Bedeutung der Untergrund-Beiträge erklären, die eine nichtresonante Struktur aufweisen.

Es stellt sich nun die Frage, wie man den Gesamt-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma^* N}$ als Funktion der Energie und Q^2 beschreiben kann. Aufgrund der Ähnlichkeit zwischen der Wechselwirkung reeller und virtueller Photonen mit Nukleonen, die wir im letzten Abschnitt beobachtet haben, liegt es nahe, die in [Ef96] zur Gamma-Nukleon-Reaktion durchgeführten Betrachtungen zu verallgemeinern und zur Herleitung der Elektroproduktions-Wirkungsquerschnitte heranzuziehen.

In der Photoproduktion hat sich gezeigt [Ef96], daß der totale Wirkungsquerschnitt am Nukleon durch die drei Reaktionen $\gamma N \to \pi N$, $\gamma N \to \eta N$ und $\gamma N \to \pi\pi N$ beschrieben werden kann. Unter der Annahme, daß dies ebenfalls für die Elektroproduktion gilt, werden daher die Photoproduktionsquerschnitte zur Beschreibung der Energieabhängigkeit verwendet. Für die Q^2-Abhängigkeit werden geeignete Formfaktoren eingeführt.

Im folgenden diskutieren wir die drei Beiträge zum Gesamt-Wirkungsquerschnitt.

3.3 Ein-Pionen-Produktion

3.3.1 Helizitätsamplituden

Die Wirkungsquerschnitte werden im γ^*-N-Schwerpunktsystem berechnet. Im Rahmen der Betrachtungen am Kern werden sie dann in das Ruhesystem des Kerns transformiert (siehe Kapitel 5).

Eine inkohärente Summation der resonanten und Untergrund-Beiträge zum Wirkungsquerschnitt ist nicht sinnvoll, da vor allem im Bereich der Delta-Resonanz nicht vernachlässigbare Interferenzen zwischen diesen Prozessen auftreten (siehe Anhang B). Daher werden für beide Beiträge Amplituden konstruiert, die dann summiert werden und zu einem kohärent aufaddierten Wirkungsquerschnitt führen. In [Wa69] wird der Wirkungsquerschnitt im Fall reeller Photonen durch Helizitätsamplituden ausgedrückt. Eine Verallgemeinerung auf virtuelle Photonen findet sich in [Bu93].

Die Spins der ein- und auslaufenden Teilchen werden entlang der Richtung des einlaufenden Photons bzw. des auslaufenden Pions im Schwerpunktsystem quantisiert (siehe Abbildung 3.5). Damit ergeben sich für die Gesamthelizitäten der Anfangszustände λ und

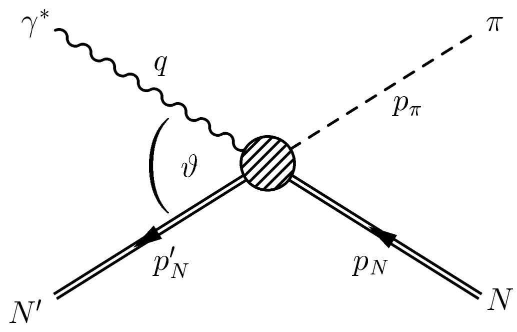


Abbildung 3.5: Kinematik im Schwerpunktsystem

der Endzustände μ die Zusammenhänge

$$\begin{aligned}\lambda &= \lambda_\gamma - \lambda_N \\ \mu &= -\lambda'_N.\end{aligned}$$

Für Photonen mit transversaler Polarisation existieren daher (mit $\lambda_\gamma = \pm 1$, $\lambda_N = \pm\frac{1}{2}$ und $\mu = \pm\frac{1}{2}$) acht Kombinationsmöglichkeiten. Vier weitere erhält man durch die mögliche longitudinale Polarisation der virtuellen Photonen ($\lambda = \lambda_N = \pm\frac{1}{2}$, $\mu = \pm\frac{1}{2}$). Die Ein-Pionen-Produktion läßt sich also durch zwölf Helizitätsamplituden

$$A_{\mu\lambda} =< \lambda_\pi; \lambda'_N \mid T \mid \lambda_\gamma; \lambda_N >=< 0; \pm\frac{1}{2} \mid T \mid \pm 1, 0; \pm\frac{1}{2} >$$

beschreiben. Aufgrund der Paritätssymmetrie sind nur sechs davon unabhängig [Wa69]. In Tabelle 3.1 sind die verschiedenen Kombinationen aufgeführt. Die H_i ($i = 1, ..., 6$) sind dabei die unabhängigen Helizitätsamplituden, die von $\sqrt{s}$, Q^2 und ϑ, dem Streuwinkel im Schwerpunktsystem, abhängen.

	$\lambda_\gamma = +1$		$\lambda_\gamma = -1$		$\lambda_\gamma = 0$	
$\mu \setminus \lambda$	3/2	1/2	-1/2	-3/2	1/2	-1/2
1/2	H_1	H_2	H_4	$-H_3$	H_5	H_6
-1/2	H_3	H_4	$-H_2$	H_1	H_6	$-H_5$

Tabelle 3.1: Unabhängige Helizitätsamplituden

Der totale Wirkungsquerschnitt lautet

$$\sigma_{\gamma^* N \to \pi N} = \int d\Omega \left(\frac{d\sigma_T}{d\Omega} + \varepsilon \frac{d\sigma_L}{d\Omega} \right), \tag{3.14}$$

wobei der transversale bzw. longitudinale Wirkungsquerschnitt von den Helizitätsamplituden abhängt:

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{|\vec{p}_\pi|}{2q_\gamma}\left(|H_1|^2 + |H_2|^2 + |H_3|^2 + |H_4|^2\right) \tag{3.15}$$

$$\frac{d\sigma_L}{d\Omega} = \frac{|\vec{p}_\pi|}{q_\gamma}\left(|H_5|^2 + |H_6|^2\right). \tag{3.16}$$

$|\vec{p}_\pi|$ ist der Pionen-3-Impuls und q_γ der äquivalente 3-Impuls des Photons im Schwerpunktsystem.
Im nächsten Schritt werden die H_i nach Legendre-Polynomen P_l entwickelt:

$$\begin{aligned}
H_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\vartheta\cos\frac{\vartheta}{2}\sum_{l=1}^{\infty}(B_{l+} - B_{(l+1)-})(P_l'' - P_{l+1}'') \\
H_2 &= \sqrt{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\sum_{l=0}^{\infty}(A_{l+} - A_{(l+1)-})(P_l' - P_{l+1}') \\
H_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}\sum_{l=1}^{\infty}(B_{l+} + B_{(l+1)-})(P_l'' + P_{l+1}'') \\
H_4 &= \sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\sum_{l=0}^{\infty}(A_{l+} + A_{(l+1)-})(P_l' + P_{l+1}') \\
H_5 &= \sqrt{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\sum_{l=0}^{\infty}(C_{l+} - C_{(l+1)-})(P_l' - P_{l+1}') \\
H_6 &= \sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\sum_{l=1}^{\infty}(C_{l+} + C_{(l+1)-})(P_l' + P_{l+1}').
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Die Striche deuten Ableitungen nach $\cos\vartheta$ an. $A_{l\pm}$ und $B_{l\pm}$ sind die transversalen Partialwellenamplituden für $|\lambda_{\gamma N}| = 1/2$ und $|\lambda_{\gamma N}| = 3/2$. Die $C_{l\pm}$ werden longitudinale Partialwellenamplituden genannt. Alle diese Amplituden sind Funktionen von $\sqrt{s}$ und Q^2. Ihre Indizes l und $\pm$ weisen auf den Bahndrehimpuls des π-N-Systems bzw. auf den Gesamtdrehimpuls $j = l \pm 1/2$ hin.
Wir benötigen Helizitätsamplituden für die resonanten und die Untergrund-Prozesse, daher suchen wir nach Ausdrücken für resonante und Untergrund-Partialwellenamplituden. Diese liefern über die Partialwellenzerlegung (3.17) die gesuchten Amplituden H_i^{res} und H_i^{bg}, die dann summiert werden und schließlich über (3.15) und (3.16) die kohärenten Wirkungsquerschnitte liefern.

3.3.2 Resonante Partialwellenamplituden

Um das resonante Verhalten des Ein-Pionen-Wirkungsquerschnittes zu beschreiben, reicht es aus, die vier in Tabelle 3.2 aufgeführten Resonanzen zu betrachten.

	j	l	Partialwelle
$\Delta(1232)$	3/2	1	1^+
$N(1520)$	3/2	2	2^-
$N(1535)$	1/2	0	0^+
$N(1680)$	5/2	3	3^-

Tabelle 3.2: Relevante Resonanzen

Jeder Resonanz wird - entsprechend ihrer Drehimpulsquantenzahlen - eine Partialwelle zugeordnet. Die unendlichen Summen in Gleichung (3.17) werden durch Summen über diese vier Partialwellen ersetzt. Für die resonanten Partialwellenamplituden wählt man einen Ansatz, der - ohne Interferenzen - zu einem Breit-Wigner-Wirkungsquerschnitt, der i.a. zur Beschreibung resonanter Prozesse verwendet wird, führen würde [Wa69]:

$$\begin{pmatrix} A^{\mathrm{res}}_{l\pm}(\sqrt{s},Q^2) \\ B^{\mathrm{res}}_{l\pm}(\sqrt{s},Q^2) \\ C^{\mathrm{res}}_{l\pm}(\sqrt{s},Q^2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{l\pm}(m_{\mathrm{res}},Q^2) \\ B_{l\pm}(m_{\mathrm{res}},Q^2) \\ C_{l\pm}(m_{\mathrm{res}},Q^2) \end{pmatrix} \cdot \frac{q_\gamma^{\mathrm{res}}|\vec{p}_\pi|^{\mathrm{res}}}{q_\gamma|\vec{p}_\pi|}\frac{\Gamma_{\mathrm{tot}}(m_{\mathrm{res}})}{\Gamma_\pi(m_{\mathrm{res}})} \cdot \frac{\sqrt{s}\;\Gamma_\pi^{1/2}\Gamma_\gamma^{1/2}}{m_{\mathrm{res}}^2 - s - i\sqrt{s}\;\Gamma_{\mathrm{tot}}}. \quad (3.18)$$

Hierbei sind q_γ^{res} und $|\vec{p}_\pi|^{\mathrm{res}}$ der äquivalente Photonen-3-Impuls bzw. der Pionen-3-Impuls im Schwerpunktsystem auf der Resonanz. Γ_{tot} ist die totale (energieabhängige) Zerfallsbreite der aktuellen Resonanz und wird gemäß [Ma92] berechnet. Γ_γ (Γ_π) ist eine Parametrisierung der q_γ- (p_π-) Abhängigkeit der γ-N- (π-N-) Zerfallsbreite aus [Wa69].
Weiterhin sind die Partialwellenamplituden auf der Resonanz in Gleichung (3.18) gegeben durch

$$\begin{aligned} A_{l\pm}(m_{\mathrm{res}},Q^2) &= \mp F C^I_{\pi N} A^{\mathrm{res}}_{1/2}(Q^2) \\ B_{l\pm}(m_{\mathrm{res}},Q^2) &= \pm F \sqrt{\frac{16}{(2j-1)(2j+3)}} C^I_{\pi N} A^{\mathrm{res}}_{3/2}(Q^2) \\ C_{l\pm}(m_{\mathrm{res}},Q^2) &= \mp F C^I_{\pi N} C^{\mathrm{res}}_{1/2}(Q^2) \end{aligned} \quad (3.19)$$

mit

$$F = \sqrt{\frac{1}{\pi(2j+1)}\frac{k_\gamma}{|\vec{p}_\pi|}\frac{m_N}{m_R}\frac{\Gamma_\pi}{\Gamma_0^2}}$$

und den Clebsch-Gordan-Koeffizienten $C^I_{\pi N}$ aus der Isospinkopplung. $A_{1/2}$, $A_{3/2}$ und $C_{1/2}$ werden transversale bzw. longitudinale Photokopplungs-Helizitätsamplituden genannt und beinhalten die gesamte Q^2-Abhängigkeit der H_i. Diese Amplituden sind für unterschiedliche Resonanzen verschieden. Sie beschreiben die Stärke der Kopplung des Photons an die Resonanz und treten z.B. in der Partialzerfallsbreite der Resonanz in Photon und Nukleon auf [PG96]. Im Falle reeller Photonen sind $A_{1/2}$ und $A_{3/2}$ (bekannte) Zahlen und $C_{1/2} = 0$.

Wir machen den Ansatz

$$\begin{aligned} A_{1/2}(Q^2) &= A_{1/2}(Q^2=0)\cdot f(Q^2) \\ A_{3/2}(Q^2) &= A_{3/2}(Q^2=0)\cdot g(Q^2), \end{aligned} \tag{3.20}$$

wobei f und g Funktionen von Q^2 sind (Formfaktoren), die sich für verschiedene Resonanzen unterscheiden. Für endliche Q^2 gibt es bisher nur wenige Daten zu $A_{1/2}$ und $A_{3/2}$ (siehe Kapitel 4.1). Für $C_{1/2}$ sieht die Situation noch schlechter aus [Wa90]: Für die Resonanzen $N(1520)$, $N(1535)$ und $N(1680)$ existieren im betrachteten Bereich bis $Q^2 \leq 1.0$ GeV^2 nur jeweils drei bis vier Datenpunkte, wobei davon je zwei bei gleichem Q^2 gemessen wurden.

Für die Helizitätsamplituden bedeutet Gleichung (3.20):

$$\begin{aligned} H_{1,3}(\sqrt{s},Q^2,\vartheta) &= \sum_l \underbrace{H^l_{1,3}(\sqrt{s},Q^2=0,\vartheta)}_{*}\cdot g^l(Q^2) \\ H_{2,4}(\sqrt{s},Q^2,\vartheta) &= \sum_l \underbrace{H^l_{2,4}(\sqrt{s},Q^2=0,\vartheta)}_{*}\cdot f^l(Q^2). \end{aligned}$$

Mit H^l_i sind hier die Summanden mit Bahndrehimpuls l aus (3.17) bezeichnet, also die Beiträge der vier verschiedenen Resonanzen. Der Ansatz aus Gleichung (3.20) ist insofern sinnvoll, als daß der energieabhängige Teil der Amplituden (mit * bezeichnet) bereits aus [Ef96] bekannt ist.

3.3.3 Untergrund-Partialwellenamplituden

In [Ef96] wurden die Amplituden für die Untergrund-Prozesse wie folgt bestimmt: Man definiert

$$(A,B)^{\text{bg}}_{l\pm} = (A,B)^{\text{exp}}_{l\pm} - (A,B)^{\text{res}}_{l\pm}. \tag{3.21}$$

Mit 'exp' sind die totalen Partialwellen, die aus den experimentellen Daten extrahiert werden, bezeichnet. Es hat sich herausgestellt, daß diese Differenz betraglich klein ist und ein nichtresonantes Verhalten als Funktion von $\sqrt{s}$ aufweist. Man kann sie daher als Untergrund auffassen. Die Q^2-Abhängigkeit wird durch die Einführung eines Formfaktors $f^{1\pi\text{bg}}(Q^2)$ berücksichtigt, mit dem die Untergrund-Helizitätsamplituden, die sich aus Gleichung (3.21) ergeben, multipliziert werden.

Im Falle der longitudinalen Amplituden ist prinzipiell eine ähnliche Vorgehensweise denkbar, falls $C^{\text{exp}}_{l\pm}$ bekannt wäre.

3.3.4 Der Ein-Pionen-Wirkungsquerschnitt

Die beiden Wirkungsquerschnitte schreiben sich nach den letzten Abschnitten wie folgt:

$$\begin{aligned}\sigma_T &= \int d\Omega \frac{|\vec{p}_\pi|}{2q_\gamma}\left(\sum_{i=1}^{4}|H_i(\vartheta,\sqrt{s},Q^2)|^2\right)\\ &= \int d\Omega \frac{|\vec{p}_\pi|}{2q_\gamma}\left(\sum_{i=1}^{4}\left|\sum_l H_i^{l\,\mathrm{res}}(\vartheta,\sqrt{s},Q^2=0)\cdot f^l(Q^2) + H_i^{\mathrm{bg}}(\vartheta,\sqrt{s},Q^2=0)\cdot f^{1\pi\mathrm{bg}}(Q^2)\right|^2\right)\end{aligned} \tag{3.22}$$

$$\begin{aligned}\sigma_L &= \int d\Omega \frac{|\vec{p}_\pi|}{q_\gamma}\left(\sum_{i=5}^{6}|H_i(\vartheta,\sqrt{s},Q^2)|^2\right)\\ &= \int d\Omega \frac{|\vec{p}_\pi|}{q_\gamma}\left(\sum_{i=5}^{6}\left|\sum_l H_i^{l\,\mathrm{res}}(\vartheta,\sqrt{s},Q^2) + H_i^{\mathrm{bg}}(\vartheta,\sqrt{s},Q^2)\right|^2\right).\end{aligned} \tag{3.23}$$

Hier wurde die Annahme gemacht, daß $A_{1/2}$ und $A_{3/2}$ dieselbe Q^2-Abhängigkeit haben, d.h. daß $g^l = f^l$ gilt. Dies entspricht allerdings nicht der Realität. Wie in Kapitel 4 gezeigt wird, werden die Formfaktoren mit Hilfe vorhandener Daten bestimmt. Da die Datenlage im Elektroproduktionsbereich aber generell sehr schlecht ist, ist es sinnvoll, die Anzahl der Formfaktoren so klein wie möglich zu halten. Daher werden die Resonanzformfaktoren so gefittet, daß sie die Q^2-Abhängigkeit des Helizitätsamplitudenquadrates

$$|A_{1/2}|^2 + |A_{3/2}|^2$$

beschreiben. Dieser Ausdruck würde die Q^2-Abhängigkeit des resonanten transversalen Teils des Ein-Pionen-Wirkungsquerschnittes unter Vernachlässigung der Interferenzen beschreiben.

Um σ_T zu erhalten, benötigt man nur noch die Formfaktoren, weil die Energieabhängigkeit aus den Photoproduktionsquerschnitten übernommen wird. Für σ_L dagegen gibt es kein Analogon in der reellen Photoproduktion; die Helizitätsamplituden sind - bis auf die schon oben angesprochenen wenigen Datenpunkte - unbekannt. Es gibt zwar Quark-Modell-Vorhersagen für σ_L (z.B. [Wa90], [CK94], [FH83]), jedoch weichen die Resultate verschiedener Modelle voneinander ab und sind für unsere Zwecke nicht brauchbar. Für den transversalen Anteil benötigen wir immerhin fünf Formfaktoren (vier für die Resonanzen und einen für den Ein-Pionen-Untergrund), für den longitudinalen Anteil fünf weitere entsprechende Funktionen.
Jedoch ist σ_L für $Q^2 \leq 1.0$ GeV^2 recht klein (laut [Br76] $\leq 0.2\sigma_T$), so daß die ε-Abhängigkeit von $\sigma_{\gamma^* N\to\pi N}$ nur schwach ist (siehe Gleichung (3.14)). Darüberhinaus ist der resonante Anteil an σ_L vernachlässigbar [St93]. Daher setzen wir $\sigma_L = 0$ und absorbieren

die (schwache) ε-Abhängigkeit in die Formfaktoren. In diesem Sinne schreiben wir

$$\begin{aligned}\sigma_{\gamma^*}(\sqrt{s}, Q^2, \varepsilon) &= \sigma_T(\sqrt{s}, Q^2) + \varepsilon\sigma_L(\sqrt{s}, Q^2)\\ &= \int d\Omega \frac{|\vec{p}_\pi|}{2q_\gamma}\left(\sum_{i=1}^{4}\left|\sum_l H_i^{l^{\mathrm{res}}}(\vartheta, \sqrt{s}, Q^2=0) f^l(Q^2,\varepsilon) + H_i^{\mathrm{bg}}(\vartheta, \sqrt{s}, Q^2=0) f^{1\pi\mathrm{bg}}(Q^2,\varepsilon)\right|^2\right).\end{aligned} \tag{3.24}$$

Dieser Wirkungsquerschnitt hat natürlich immer noch den richtigen Limes für $Q^2 \to 0$, solange nur die Formfaktoren gegen 1 gehen. Desweiteren haben wir die Anzahl der Formfaktoren von zehn auf fünf reduziert, allerdings mit dem Nachteil, daß die restlichen Formfaktoren nun auch von ε abhängen.

3.4 Eta-Produktion

Der Wirkungsquerschnitt für die η-Produktion wird unter der Annahme parametrisiert, daß alle η-Mesonen aus dem Zerfall eines zuvor angeregten $N(1535)$ stammen. Daher muß die Diskussion aus Kapitel 3.3 nicht wiederholt werden, sondern man kann den Wirkungsquerschnitt unter Verwendung einer Breit-Wigner-Funktion sofort ansetzen als [Ef96]:

$$\sigma_{\gamma^* N\to\eta N} = \frac{q_\gamma^{\mathrm{res}}}{q_\gamma}\frac{s\Gamma_\gamma\Gamma_{N(1535)\to\eta N}}{(s-m_{1535}^2)^2 + s\Gamma_{\mathrm{tot}}^2}\frac{2m_N}{m_{1535}\Gamma_0}|A_{1/2}(Q^2=0)|^2\cdot|f^{N(1535)}(Q^2,\varepsilon)|^2. \tag{3.25}$$

Hierbei ist Γ_0 die totale Breite des $N(1535)$ auf der Resonanz. Der Formfaktor $f^{N(1535)}$ entspricht dem aus Gleichung (3.24) für $l = 0$.

3.5 Zwei-Pionen-Produktion

Im Zwei-Pionen-Kanal gibt es bisher nur Daten zum totalen Wirkungsquerschnitt aller Isospinkanäle für $Q^2 = 0$, jedoch keine bei endlichem Q^2. Insgesamt ist dieser Prozeß bisher noch unverstanden. Es ist daher auch nicht möglich, einen kohärent aufsummierten Wirkungsquerschnitt wie im Ein-Pionen-Fall zu konstruieren. Daher setzen wir eine inkohärente Summe an:

$$\sigma_{\gamma^* N\to\pi\pi N} = \sigma^{\mathrm{res}} + \sigma^{\mathrm{bg}}.$$

Der Anteil mit intermediärer Resonanz R ist gegeben durch

$$\sigma_{\gamma^* N\to R\to\pi\pi N} = \frac{q_\gamma^R}{q_\gamma}\frac{s\Gamma_\gamma\Gamma_{R\to\pi\pi N}}{(s-m_R^2)^2 + s\Gamma_{\mathrm{tot}}^2}\frac{2m_N}{m_R\Gamma_0}(|A_{1/2}(0)|^2 + |A_{3/2}(0)|^2)\cdot|f^R(Q^2,\varepsilon)|^2. \tag{3.26}$$

Für $Q^2 = 0$ wird die Differenz zwischen den experimentellen Daten und dem resonanten Anteil aus Gleichung (3.26) als Untergrund behandelt [Ef96]:

$$\sigma_{2\pi}^{\mathrm{bg}}(Q^2=0) = \sigma_{2\pi}^{\mathrm{exp}}(Q^2=0) - \sum_{\mathrm{res}}\sigma_{2\pi}^{\mathrm{res}}(Q^2=0).$$

Für endliches Q^2 führen wir einen weiteren Formfaktor ein, der die Q^2-Abhängigkeit des totalen Zwei-Pionen-Wirkungsquerschnittes beschreibt, und setzen

$$\sigma_{2\pi}^{\mathrm{bg}}(Q^2) = \sigma_{2\pi}^{\mathrm{exp}}(Q^2=0) \cdot f^{2\pi\mathrm{tot}}(Q^2,\varepsilon)^2 - \sum_{\mathrm{res}} \sigma_{2\pi}^{\mathrm{res}}(Q^2=0) \cdot f^{\mathrm{res}}(Q^2,\varepsilon)^2. \tag{3.27}$$

Der Zwei-Pionen-Kanal ist der einzige Beitrag zum Gesamt-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma^* N \to X}$, zu dem es für $Q^2 \neq 0$ keine Daten gibt. Da $\sigma_{\gamma^* N \to X}$ selbst aber bekannt ist (siehe folgendes Kapitel), kann $f^{2\pi\mathrm{tot}}$ trotzdem bestimmt werden.

Kapitel 4

Formfaktoren

Wir diskutieren nun die Q^2-Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte. Dazu haben wir im letzten Kapitel verschiedene Formfaktoren eingeführt. Die Formfaktoren werden für den beschränkten Bereich $Q^2 \leq 1.0$ GeV^2 parametrisiert. In diesem Bereich werden die Wirkungsquerschnitte durch die resonanten Prozesse dominiert. Bei größerem Q^2 ändert sich diese Situation, so daß eine sorgfältigere Behandlung des Untergrundes notwendig werden kann. Außerdem fallen die Wirkungsquerschnitte mit steigendem Q^2 stark ab. Betraglich kleine Abweichungen der parametrisierten Wirkungsquerschnitte von den Daten führen daher schnell zu großen relativen Abweichungen.
Weiterhin haben wir uns in unseren Betrachtungen auf die vier Resonanzen $\Delta(1232)$, $N(1520)$, $N(1535)$ und $N(1680)$ beschränkt, obwohl die oberen beiden Resonanzregionen viele weitere enthalten. Diese liefern aber bei $Q^2 = 0$ keine nennenswerten Beiträge und werden als Untergrund behandelt. Da die Photokopplungs-Helizitätsamplituden für verschiedene Resonanzen verschiedene Q^2-Abhängigkeiten haben, entwickeln einige der bisher unbeachteten Resonanzen bei steigendem Q^2 ein signifikanteres resonantes Verhalten. Das bedeutet aber, daß sie ab einem gewissen Q^2 zusätzlich explizit in Betracht gezogen werden müssen, weil ihr Beitrag nicht mehr durch den nichtresonanten Untergrund beschrieben werden kann.

4.1 Datensituation

Die Formfaktoren werden mit Hilfe der vorhandenen Daten für die totalen Wirkungsquerschnitte $\sigma_{\gamma^* N\to\pi N}$, $\sigma_{\gamma^* N\to\eta N}$, $\sigma_{\gamma^* N\to X}$ usw. und Helizitätsamplituden der betrachteten Resonanzen bestimmt. Im Bereich $Q^2 \leq 1.0$ GeV^2 existiert nur eine spärliche Anzahl von Daten. Dies soll der folgende Überblick veranschaulichen:

- $\gamma^* p$, exklusive Kanäle:
  - einige Daten im π^0-p-Kanal für $\varepsilon \approx 0.9$, z.B. [Al76], [La79], [Sh72], [Si71]
  - wenige Messungen im π^+-n-Kanal, [Ga72]
  - einige Daten im η-p-Kanal, [Br78]

  - keine Daten in den $\pi\pi$-Kanälen

- $\gamma^* p \to X$, inklusiver Wirkungsquerschnitt:
  - genügend Daten vorhanden, z.B. [St75], über einen weiten Bereich von Q^2 und ε
  - Es existiert darüberhinaus eine Parametrisierung von Brasse [Br76], die sämtliche totale Daten bis 1976 beinhaltet und direkt $\sigma_{\gamma^* N}(\sqrt{s}, Q^2, \varepsilon)$ liefert. Der $\sqrt{s}$-Bereich ist dabei in diskrete Bins der Breite $15 - 20$ MeV unterteilt. Der ε-Abhängigkeit wird durch Aufteilung der Daten in drei Bins $\varepsilon \geq 0.9$, $0.6 < \varepsilon < 0.9$ und $\varepsilon \leq 0.6$ Rechnung getragen, was zu drei entsprechenden Parametrisierungen führt. Diese Vorgehensweise ist sinnvoll, da die ε-Abhängigkeit sehr schwach ist (siehe Kapitel 3.3.4) und insbesondere in Bereichen kleiner ε-Werte zu wenig Daten für Parametrisierungen in kleineren Bins vorhanden sind. Wir werden bei der Bestimmung der Formfaktoren auf diese Parametrisierung und nicht auf die Daten zurückgreifen. Dies bedeutet, daß wir drei verschiedene Sätze von Formfaktoren finden müssen.

    Zusätzlich werden auch aus den Messungen extrahierte Fehler angegeben.

- Die Messung der Q^2-Abhängigkeit von $A_{1/2}$ und $A_{3/2}$ liefert einige Daten, jedoch mit großen Fehlerbalken.

- $\gamma^* n$: keine Daten vorhanden, es wurden bisher nur Verhältnisse der Wirkungsquerschnitte am Deuteron und am Proton gemessen. Daraus ergeben sich aber keine verläßlichen Aussagen für die Wirkungsquerschnitte am Neutron (siehe Kapitel 4.3).

Schließlich muß ein Ansatz für die funktionale Abhängigkeit der Formfaktoren von Q^2 gefunden werden. Da die Wirkungsquerschnitte $\sigma_{\gamma^* N}$ im Grenzfall $Q^2 \to 0$ in die der analogen Kanäle mit reellen Photonen übergehen müssen, gilt für alle Formfaktoren die Forderung

$$\lim_{Q^2 \to 0} f(Q^2) = 1.$$

Bei der elastischen Streuung von Elektronen an Protonen wird die räumliche Ausdehnung des Protons durch einen Dipol-Formfaktor berücksichtigt [St93]. Daher liegt es nahe, zunächst einen Ansatz der Form

$$f(Q^2) = \left(\frac{1}{1 + \frac{Q^2}{\Lambda}} \right)^2 \tag{4.1}$$

zu wählen. Für die Resonanzen hat sich allerdings gezeigt, daß Funktionen gefunden werden müssen, die bei kleinem Q^2 einen sanfteren Abfall aufweisen als der Dipol-Formfaktor. Daher wird als Ansatz für alle Formfaktoren eine verallgemeinerte Multipolfunktion

$$f(Q^2) = \left(1 + \left(\frac{Q^2}{a} \right)^b \right)^{-c} \tag{4.2}$$

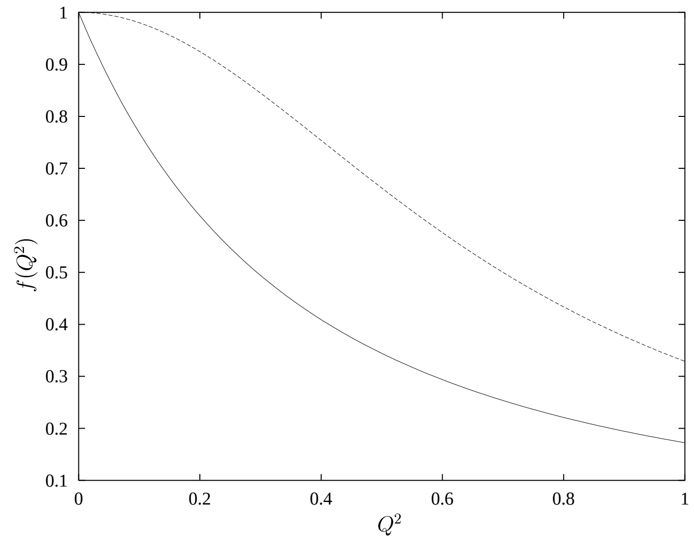


Abbildung 4.1: Vergleich des funktionalen Verlaufs einer Dipolfunktion mit $\Lambda = 0.71$ (unten) mit dem Formfaktor des $N(1680)$ mit den Parametern a, b und c aus Tabelle 4.2 (obere Kurve).

mit drei Parametern a, b, c verwendet. In Abbildung 4.1 wird der Dipol-Formfaktor mit dem Formfaktor des $N(1680)$, der mit Hilfe dieses Ansatzes aus den Daten extrahiert wurde, verglichen.

4.2 Formfaktoren für den γ^*-p-Prozeß

Die Datenlage erlaubt es nicht, einzelne Resonanz-Formfaktoren alleine mit Hilfe der Messungen der Helizitätsamplituden bzw. exklusiver Daten in den entsprechenden Energiebereichen zu ermitteln. Vielmehr muß für jeden Formfaktor die Gesamtheit aller Daten herangezogen werden. Bei der Parametrisierung wurde gesteigerter Wert darauf gelegt, daß der γ^*-p-Wirkungsquerschnitt aus [Br76] für verschiedene Q^2 reproduziert wird, denn für die späteren Rechnungen am Kern kommt es in erster Linie darauf an, daß dieser Wirkungsquerschnitt korrekt ist. Dennoch wurde natürlich auf eine gleichzeitig hinreichend gute Übereinstimmung mit den anderen Daten geachtet. Im folgenden wird die grobe Verfahrensweise bei der Bestimmung der Formfaktoren beschrieben. Die meisten aufgeführten Schritte wurden dabei in iterativer Weise durchlaufen. Zugleich vergleichen wir die Wirkungsquerschnitte und Helizitätsamplituden, die sich am Ende mit Hilfe aller Formfaktoren ergeben, mit den Daten.

Wir beginnen mit dem Bereich $\varepsilon \geq 0.9$, denn hier existieren die meisten (insbesondere auch exklusive) Daten.

Aus der Photoproduktion ist bekannt, daß die Untergrundbeiträge im $\gamma p \to \pi^0 p$-Kanal sehr klein sind (siehe Anhang B). Sie haben auch bei endlichem Q^2 keinen erheblichen

Einfluß. Daher ist dieser Kanal prinzipiell geeignet, um Informationen über die Resonanz-Formfaktoren zu erhalten. Ein Blick auf die Daten in Abbildung 4.2 zeigt jedoch, daß dies nur bedingt möglich ist. Einerseits beschränken sich die Messungen über mehrere Werte von Q^2 auf die ersten beiden Resonanzregionen. Die Daten in der zweiten Resonanzregion ergeben außerdem kein eindeutiges Bild, so daß lediglich Aussagen über den Delta-Formfaktor gemacht werden können.
Eine weitere Informationsquelle für die Resonanz-Formfaktoren ist die Messung der Q^2-Abhängigkeit der Helizitätsamplituden. Im Falle des $\Delta(1232)$ wird i.a. der Formfaktor G_M^* betrachtet [St93]:

$$|G_M^*|^2 = \frac{m_N}{\nu^2+Q^2}\frac{1}{2\pi\alpha}(m_\Delta^2 - m_N^2)\left(|A_{1/2}(Q^2)|^2 + |A_{3/2}(Q^2)|^2\right)$$

$$= \frac{m_N}{\nu^2+Q^2}\frac{1}{2\pi\alpha}(m_\Delta^2 - m_N^2)\left(|A_{1/2}(Q^2=0)|^2 + |A_{3/2}(Q^2=0)|^2\right)\cdot\left(f^{\Delta(1232)}(Q^2)\right)^2$$

mit

$$\nu^2 = \frac{(Q^2+m_\Delta^2-m_N^2)^2}{4m_N^2}.$$

In Abbildung 4.4 oben links (obere Kurve) wird G_M^*, berechnet mit unserem Delta-Formfaktor, mit den Daten verglichen. Die Übereinstimmung ist recht gut. Weiterhin gibt es Messungen der Q^2-Abhängigkeit des totalen $(\gamma^* p \to X)$-Wirkungsquerschnittes für $\sqrt{s} =$ 1.23 GeV. Da dieser Bereich durch die Delta-Resonanz dominiert wird, gibt ein Vergleich Auskunft über die Güte des gewählten Delta-Formfaktors. Abbildung 4.3 links zeigt sehr gute Übereinstimmung mit den Daten. Man erkennt auch, daß $\sigma_{\gamma^* p}$ im Bereich bis $Q^2 \approx 0.2$ GeV^2 über dem Photoproduktionsquerschnitt ($Q^2 = 0$) liegt. Ein solcher funktionaler Verlauf kann natürlich nicht mit dem Formfaktor-Ansatz aus Gleichung (4.2) beschrieben werden. Daher ist es notwendig, speziell für das $\Delta(1232)$ eine zusätzliche Funktion einzuführen, die, mit dem 'normalen' Formfaktor multipliziert, dieses Maximum generiert. Der vollständige Delta-Formfaktor lautet daher:

$$f^{\Delta(1232)}(Q^2) = \left(1+\left(\frac{Q^2}{a}\right)^b\right)^{-c}\cdot\left(2.87\cdot(Q^2)^{0.9}\exp\left(-\left(6\cdot(Q^2)^3+9\cdot Q^2\right)\right)+1\right) \tag{4.3}$$

mit den Parametern a, b und c aus Tabelle 4.2. Die zusätzliche Funktion wurde mit Hilfe der Daten aus Abbildung 4.3 links, sowie weiteren Berechnungen zu diesem Wirkungsquerschnitt [Pe97], die das Maximum bei $Q^2 \sim 0.1$ GeV^2 vorhersagen, bestimmt.

Für die $N(1520)$-Resonanz betrachten wir direkt die Helizitätsamplituden mit Hilfe des Ausdrucks

$$|A_T(Q^2)|^2 = |A_{1/2}(Q^2)|^2 + |A_{3/2}(Q^2)|^2$$

$$= \left(|A_{1/2}(Q^2=0)|^2 + |A_{3/2}(Q^2=0)|^2\right)\cdot\left(f^{N(1520)}(Q^2)\right)^2.$$

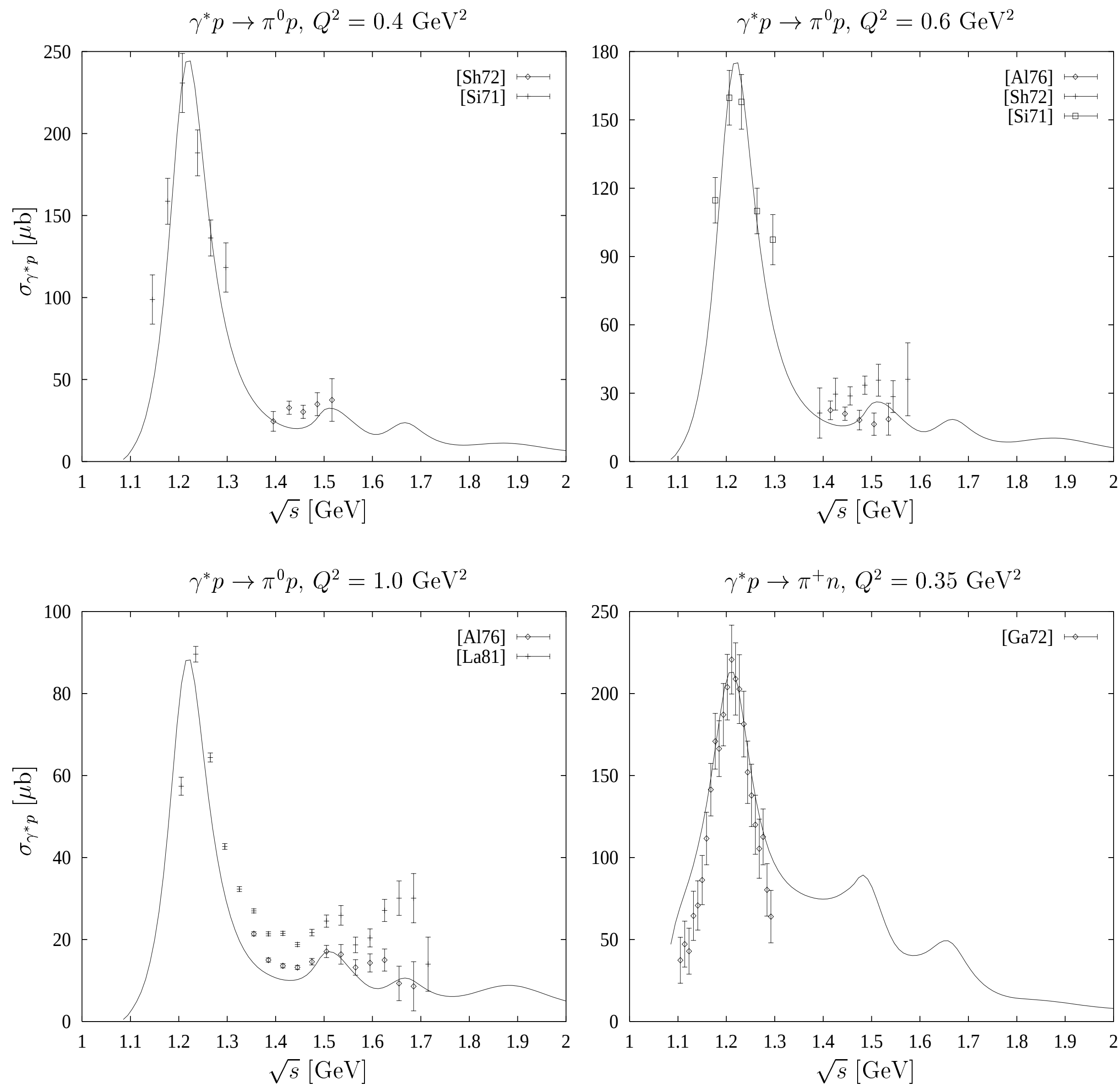
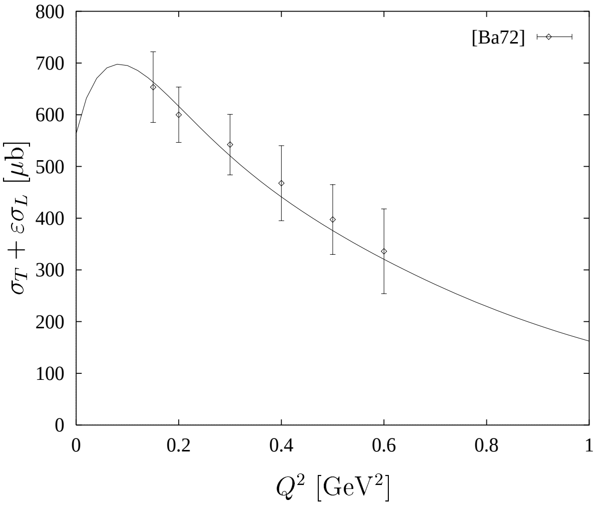


Abbildung 4.2: $\sigma_{\gamma^* p}$ für die Kanäle $\gamma^* p \to \pi^0 p$ und $\gamma^* p \to \pi^+ n$ für verschiedene Q^2 bei $\varepsilon \approx 0.9$. Die Kurven wurden mit Hilfe der endgültigen Formfaktoren berechnet. Die Daten stammen aus den in den Abbildungen aufgeführten Quellen.

In Abbildung 4.4 oben rechts zeigt sich, daß die Q^2-Abhängigkeit mit unserem Formfaktor im wesentlichen reproduziert wird.
Für die verbleibenden Resonanzen $N(1535)$ und $N(1680)$ verwenden wir die transversalen Formfaktoren G_T aus [St93]. Es handelt sich dabei um verallgemeinerte Sachs-Formfaktoren für Resonanzen.



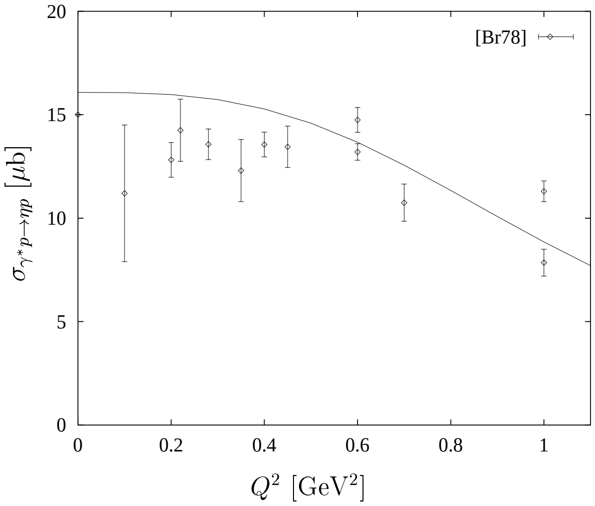


Abbildung 4.3: Totale Wirkungsquerschnitte für die Prozesse $\gamma^* p \to \pi N$ bei $\sqrt{s} = 1.22$ GeV, $\varepsilon = 0.9$ (links), und $\gamma^* p \to \eta p$ bei $\sqrt{s} = 1.535$ GeV, $\varepsilon = 0.9$ (rechts). Die Kurven wurden mit Hilfe der endgültigen Formfaktoren berechnet.

In [St93] findet sich folgender Zusammenhang mit den Helizitätsamplituden:

$$\begin{aligned}|G_T(Q^2)|^2 &= \frac{1}{2\pi\alpha}\frac{m_N}{Q^2}(m_{\text{res}}^2 - m_N^2)\left(|A_{1/2}(Q^2)|^2 + |A_{3/2}(Q^2)|^2\right)\\ &= \frac{1}{2\pi\alpha}\frac{m_N}{Q^2}(m_{\text{res}}^2 - m_N^2)\left(|A_{1/2}(Q^2=0)|^2 + |A_{3/2}(Q^2=0)|^2\right)\cdot\left(f^{\text{res}}(Q^2)\right)^2 .\end{aligned}$$

Dieser Ausdruck ist allerdings nicht korrekt und gilt höchstens im Fall großer Q^2, der in [St93] vorrangig betrachtet wird. Da wir auf Daten, die dort im Zuge des Vergleiches von G_T mit dem Dipol-Formfaktor G_D (d.h. Gleichung (4.1) mit $\Lambda = 0.71$ GeV^2) zusammengestellt sind, zurückgreifen, übernehmen wir diese Form.
In Abbildung 4.4 unten ist G_T/G_D für beide Resonanzen (beim $N(1680)$: oberste Kurve) gegen Q^2 aufgetragen. Im Falle des $N(1680)$ sehen wir gute Übereinstimmung. Allerdings liegt dies vor allem an der weiten Streuung der Datenpunkte und den großen Fehlerbalken. Bei der $N(1535)$-Resonanz erkennt man eine Abweichung bei kleinen Q^2-Werten. Ähnliches zeigt sich auch bei der Betrachtung der Messungen zur Q^2-Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes $\gamma^* p \to \eta p$, wie in Abbildung 4.3 rechts ersichtlich ist. Ein Vergleich mit den Daten in diesem Kanal gibt sofort Aufschluß über den Formfaktor des $N(1535)$, weil wir davon ausgehen, daß jedes Eta-Meson aus dem Zerfall eines zuvor angeregten $N(1535)$ stammt (vgl. Gleichung (3.25)).

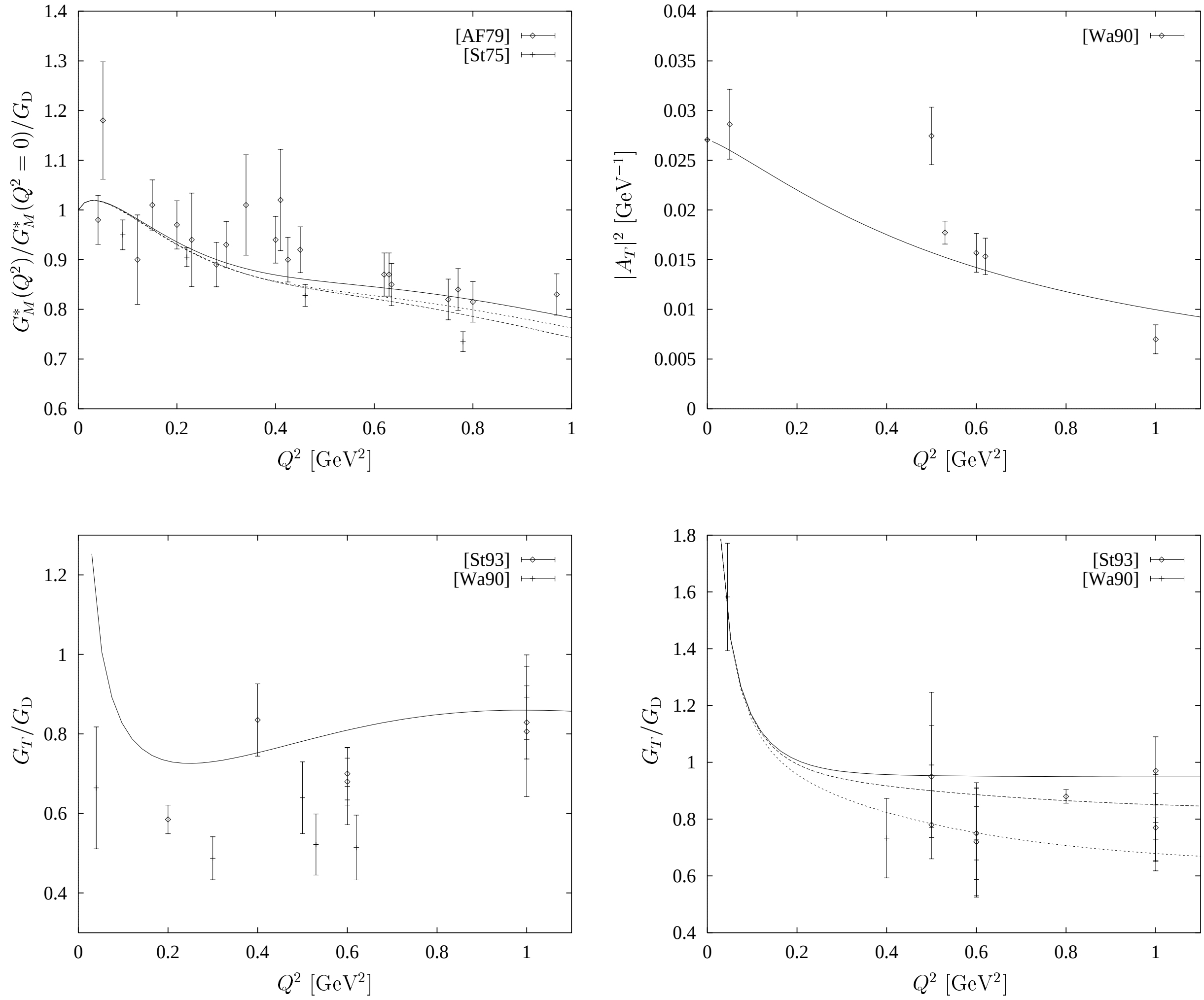


Abbildung 4.4: Vergleich zwischen den mit Hilfe der endgültigen Formfaktoren berechneten Amplituden und den Daten. Oben links: magnetischer Formfaktor des $\Delta(1232)$. Die obere, untere bzw. mittlere Linie entspricht $\varepsilon \geq 0.9$, $0.6 < \varepsilon < 0.9$ bzw. $\varepsilon \leq 0.6$. Oben rechts: Quadrat der transversalen Helizitätsamplituden für das $N(1520)$. Unten links: G_T/G_D aus [St93] für das $N(1535)$ mit zusätzlichen Daten aus [Wa90]. Unten rechts: G_T/G_D für das $N(1680)$. Die obere, mittlere bzw. untere Linie entspricht den Bins $\varepsilon \geq 0.9$, $0.6 < \varepsilon < 0.9$ bzw. $\varepsilon \leq 0.6$.

Zur Bestimmung des Ein-Pionen-Untergrund-Formfaktors könnte man prinzipiell wie folgt vorgehen: Die Photoproduktion zeigt, daß der Einfluß des Untergrundes im $\gamma p \to \pi^+ n$-Kanal recht groß ist (siehe Anhang B). Stehen daher die Resonanz-Formfaktoren fest, so kann ein Fit des π^+-n-Wirkungsquerschnittes an Daten für verschiedene Q^2 Aufschluß über den Untergrund-Formfaktor geben.

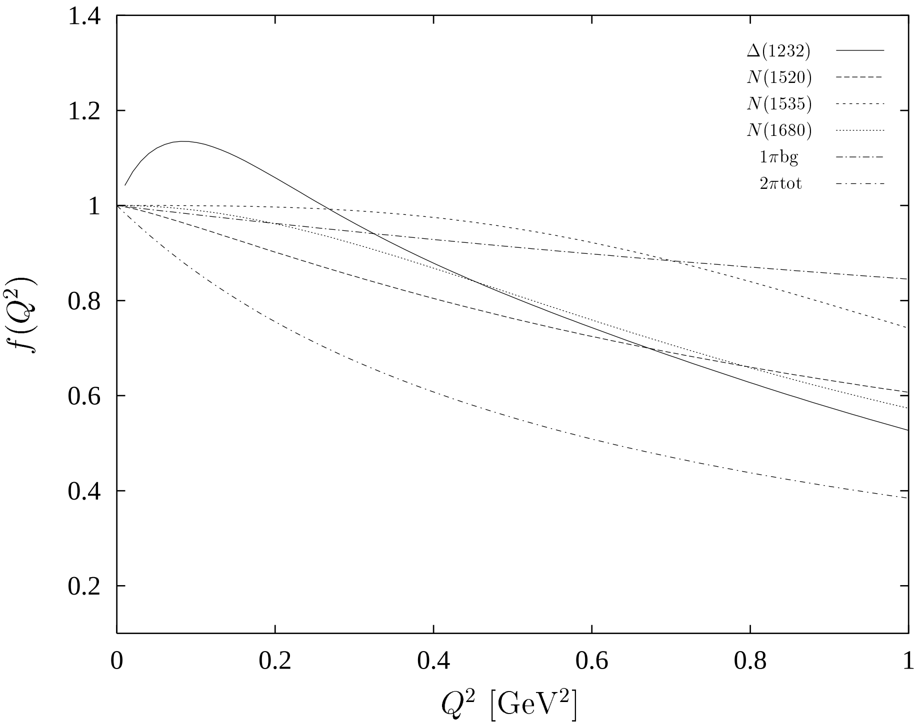


Abbildung 4.5: Zusammenstellung aller Formfaktoren

Leider wurden bisher nur Messungen bei $Q^2 = 0.35$ und 1.0 GeV^2 durchgeführt. Die Daten für $Q^2 = 1.0$ GeV^2 sind als einzige nicht durch die aus den anderen Daten extrahierten Formfaktoren beschreibbar und werden in unseren Betrachtungen nicht berücksichtigt. Die Messungen für $Q^2 = 0.35$ GeV^2 benutzen wir nur zum Vergleich mit unseren Berechnungen (Abbildung 4.2 rechts unten).

Um die beiden restlichen Formfaktoren $f^{1\pi\mathrm{bg}}$ und $f^{2\pi\mathrm{tot}}$ zu bestimmen, greifen wir auf den Gesamt-Wirkungsquerschnitt aus [Br76] zurück. Den Formfaktor des Ein-Pionen-Untergrundes kann man finden, indem man $\sigma_{\gamma^* N}$ für verschiedene Q^2 an die Brasse-Parametrisierung im Bereich der ersten Resonanzregion anpaßt. Dies ist sinnvoll, weil in diesem Energiebereich nur zwei Formfaktoren von Bedeutung sind, nämlich $f^{\Delta(1232)}$ und $f^{1\pi\mathrm{bg}}$. Bei höheren Energien öffnet sich der Zwei-Pionen-Kanal. Daher wird $f^{2\pi\mathrm{tot}}$ durch einen analogen Fit in der zweiten Resonanzregion bestimmt.

In Abbildung 4.5 sind alle Formfaktoren zusammengestellt.

Exemplarisch zeigen wir in Abbildung 4.6 den totalen γ^*-p-Wirkungsquerschnitt, der sich mit Hilfe der eben diskutierten Formfaktoren für $Q^2 = 0.4$ GeV^2 und $\varepsilon \geq 0.9$ ergibt, und die verschiedenen Anteile, aus denen er sich zusammensetzt.

Offensichtlich werden die Daten ab der dritten Resonanzregion aufwärts nicht beschrieben. Insgesamt ergibt sich bei endlichem Q^2 eine Abweichung zwischen $\sim$ 30 μb bei

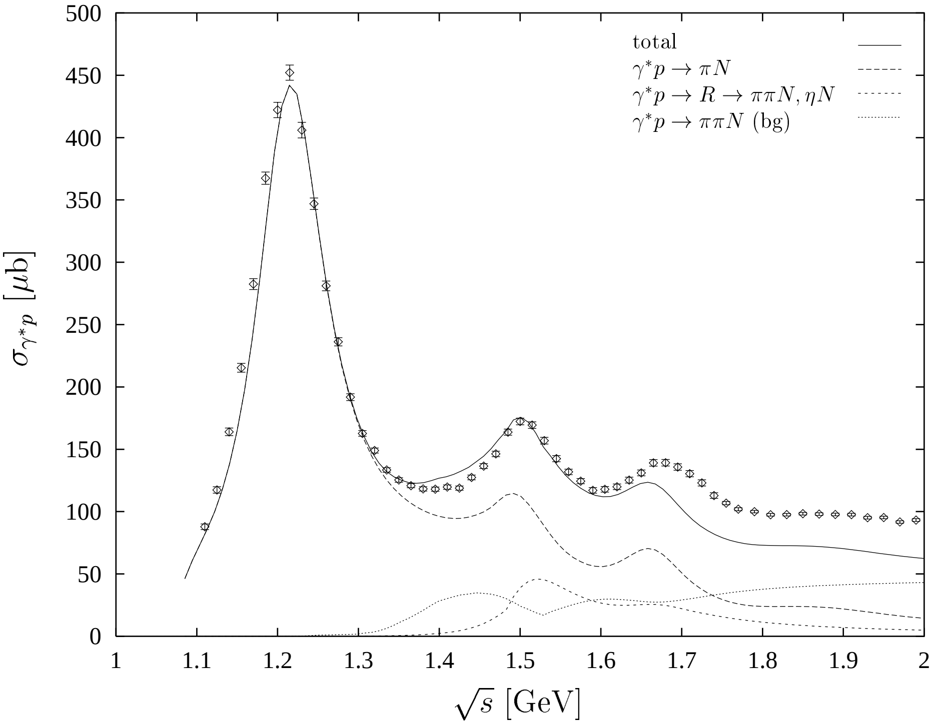


Abbildung 4.6: Berechnung des Wirkungsquerschnittes $\gamma^* p \to X$ für $Q^2 = 0.4$ GeV^2 ohne zusätzliche 2-π-Beiträge. Die 'Daten' stammen aus der Parametrisierung in [Br76].

$Q^2 = 0.2$ GeV^2 und ~ 20 μb bei $Q^2 = 1.0$ GeV^2. Natürlich steigt der relative Fehler wegen des allgemeinen Abfalls von $\sigma_{\gamma^* p}$ mit Q^2 an. Zunächst kann man vermuten, daß die Differenz durch die Öffnung eines weiteren Kanals, der bisher noch nicht betrachtet worden ist, verursacht wird. Dafür würde auch die Tatsache sprechen, daß die Abweichung ein gewisses Schwellenverhalten mit $\sqrt{s}$ zeigt. Jedoch zeigt ein Blick auf den totalen Photoproduktionsquerschnitt in Abbildung 4.7 oben links, daß die Daten hier mit Hilfe der drei bisher diskutierten Kanäle beschrieben werden können. Ein Produktionskanal sollte sich aber nur mit $\sqrt{s}$ und nicht mit Q^2 öffnen. Allerdings wäre der berechnete Photoproduktionsquerschnitt auch nach Addition eines Beitrages der Größenordnung $20 - 30$ μb oberhalb der dritten Resonanzregion immer noch konsistent mit den Daten.
Aufgrund der Unkenntnis ihres Ursprungs wird die Abweichung in $\sqrt{s}$ und Q^2 parametrisiert und als Zwei-Pionen-Untergrund behandelt. Es bietet sich an, eine Fitfunktion mit Schwellenverhalten zu verwenden. Daher wird für den vollständigen Zwei-Pionen-Formfaktor $F^{2\pi}$ angesetzt:

$$F^{2\pi}(Q^2) = f^{2\pi\mathrm{tot}}(Q^2) \cdot \left[1 + g(Q^2)\left(1 - \left[1 + \exp\left(\frac{\sqrt{s} - 1.7\ \mathrm{GeV}}{0.01\ \mathrm{GeV}}\right)\right]^{-1}\right)\right]$$

mit
$$g(Q^2) = d \cdot \left(Q^2\right)^e .$$

Die Parameter d und e sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Die Zusatzfunktion entspricht einer Fermi-Verteilung.

	d	e
$\varepsilon \geq 0.9$	0.96	0.7
$0.6 < \varepsilon < 0.9$	0.85	0.8
$\varepsilon \leq 0.6$	0.65	0.9

Tabelle 4.1: Parameter für den Zwei-Pionen-Formfaktor

Es stellt sich allerdings heraus, daß die Struktur des Wirkungsquerschnittes im Bereich der dritten Resonanzregion auch nach Addition des zusätzlichen Beitrages immer noch nicht beschrieben werden kann, egal bei welcher Energie die Schwelle in $F^{2\pi}$ angesiedelt wird. Dies liegt daran, daß sich das Maximum dieser Region mit steigendem Q^2 langsam zu höheren Energien verschiebt (siehe Abbildung 4.7). Wie oben schon erwähnt, besteht die dritte Resonanzregion neben dem $N(1680)$ aus vielen anderen Resonanzen, die von uns als Untergrund behandelt werden. Besitzen die Helizitätsamplituden einer oder mehrerer Resonanzen über dem $N(1680)$ nun eine Q^2-Abhängigkeit derart, daß sich bei steigendem Q^2 signifikantere Resonanzbeiträge ergeben, so verschiebt sich das Maximum der gesamten Region zu höheren Energien hin.
Die verbleibende Differenz wurde mit Hilfe einer einfachen Breit-Wigner-Funktion angefittet. Der daraus resultierende Beitrag wurde ebenfalls als Zwei-Pionen-Untergrund behandelt:
$$\sigma_{\mathrm{BW}}(s, Q^2) = \frac{0.25 \cdot (s/\mathrm{GeV}^2) \cdot h(Q^2)^2}{((s/\mathrm{GeV}^2) - 1.69^2)^2 + (s/\mathrm{GeV}^2) \cdot 0.1^2}\ \mu\mathrm{b}$$
mit
$$h(Q^2) = 0.96 \cdot \left(Q^2\right)^{0.1} .$$

In Abbildung 4.7 vergleichen wir die Gesamt-Wirkungsquerschnitte unter Berücksichtigung der zusätzlichen Beiträge mit der Brasse-Parametrisierung für $Q^2 = 0.2 - 1.0$ GeV^2. Zusätzlich wird auch der Photoabsorptionsfall $Q^2 = 0$ gezeigt. Insgesamt wird die Parametrisierung sehr gut reproduziert. Alleine im Bereich um $\sqrt{s} = 1.4$ GeV bestehen Abweichungen, die durch Variation der Fitparameter des Ein-Pionen-Untergrundes nicht zu beheben waren. Es ist möglich, daß auch hier der im Zusammenhang mit der Verschiebung der dritten Resonanzregion diskutierte Effekt auftritt und sich die Q^2-Abhängigkeit des $N(1440)$-Resonanzbeitrages, der nicht explizit berücksichtigt wird, von der des Ein-Pionen-Untergrundes unterscheidet.

Bisher haben wir nur den Fall $\varepsilon \geq 0.9$, d.h. eine der drei Parametrisierungen aus [Br76] betrachtet. Es hat sich herausgestellt, daß die Formfaktoren für die beiden anderen ε-Bins durch Variation einiger Parameter der ($\varepsilon \geq 0.9$)-Formfaktoren gewonnen werden

können. Da wir die longitudinalen Beiträge der Resonanzen vernachlässigt haben (siehe Kapitel 3.3.4), sollte der resonante Anteil der Wirkungsquerschnitte unabhängig von ε sein, insbesondere aber auch die Resonanz-Formfaktoren. Allerdings kann die Brasse-Parametrisierung für die beiden anderen ε-Bins nicht allein nur durch die Variation der Ein- und Zwei-Pionen-Formfaktoren beschrieben werden. Es ist notwendig, auch die Parameter der $\Delta(1232)$- und $N(1680)$-Formfaktoren zu verändern. In Abbildung 4.4 zeigt sich, daß diese Änderung im Falle der Delta-Resonanz sehr klein ist. Weiterhin bleibt festzustellen, daß für beide Resonanzen *alle drei* Formfaktoren konsistent mit den Daten aus Abbildung 4.4 sind und daher sowieso nicht entschieden werden kann, welche dieser drei Kurven jeweils die 'richtige' ist. Für die Bins $0.6 < \varepsilon < 0.9$ und $\varepsilon \leq 0.6$ wird in Abbildung 4.8 exemplarisch der Vergleich mit der Brasse-Parametrisierung für $Q^2 = 0.2$, 0.4 und 0.8 GeV^2 gezeigt.
In Tabelle 4.2 sind die Parameter aller Formfaktoren für die drei ε-Bins aufgeführt. Es soll nochmals betont werden, daß sich dieser Parametersatz nur durch die gute Übereinstimmung der Wirkungsquerschnitte etc. mit allen Daten auszeichnet. Er erhebt aber keinen Anspruch auf alleinige Gültigkeit. Es handelt sich um *eine* mögliche Parametrisierung.

<table>
<tr><th></th><th>ε-Bin</th><th>$\Delta(1232)$</th><th>$N(1520)$</th><th>$N(1535)$</th><th>$N(1680)$</th><th>1π</th><th>2π</th></tr>
<tr><td rowspan="3">a</td><td>$\varepsilon \geq 0.9$</td><td>1.06</td><td rowspan="3">0.65</td><td rowspan="3">1.07</td><td>0.7</td><td rowspan="3">1.0</td><td rowspan="2">0.6</td></tr>
<tr><td>$0.6 < \varepsilon < 0.9$</td><td>1.0</td><td>0.6</td></tr>
<tr><td>$\varepsilon \leq 0.6$</td><td>1.03</td><td>0.45</td><td>0.65</td></tr>
<tr><td rowspan="3">b</td><td>$\varepsilon \geq 0.9$</td><td rowspan="2">1.85</td><td rowspan="3">1.25</td><td rowspan="3">3.0</td><td rowspan="3">2.0</td><td rowspan="3">2.5</td><td rowspan="3">1.95</td></tr>
<tr><td>$0.6 < \varepsilon < 0.9$</td></tr>
<tr><td>$\varepsilon \leq 0.6$</td><td>1.8</td></tr>
<tr><td rowspan="3">c</td><td>$\varepsilon \geq 0.9$</td><td rowspan="3">1.0</td><td rowspan="3">0.5</td><td rowspan="3">0.5</td><td rowspan="3">0.5</td><td rowspan="3">0.5</td><td rowspan="3">0.975</td></tr>
<tr><td>$0.6 < \varepsilon < 0.9$</td></tr>
<tr><td>$\varepsilon \leq 0.6$</td></tr>
</table>

Tabelle 4.2: Parameter a, b und c für die Formfaktoren

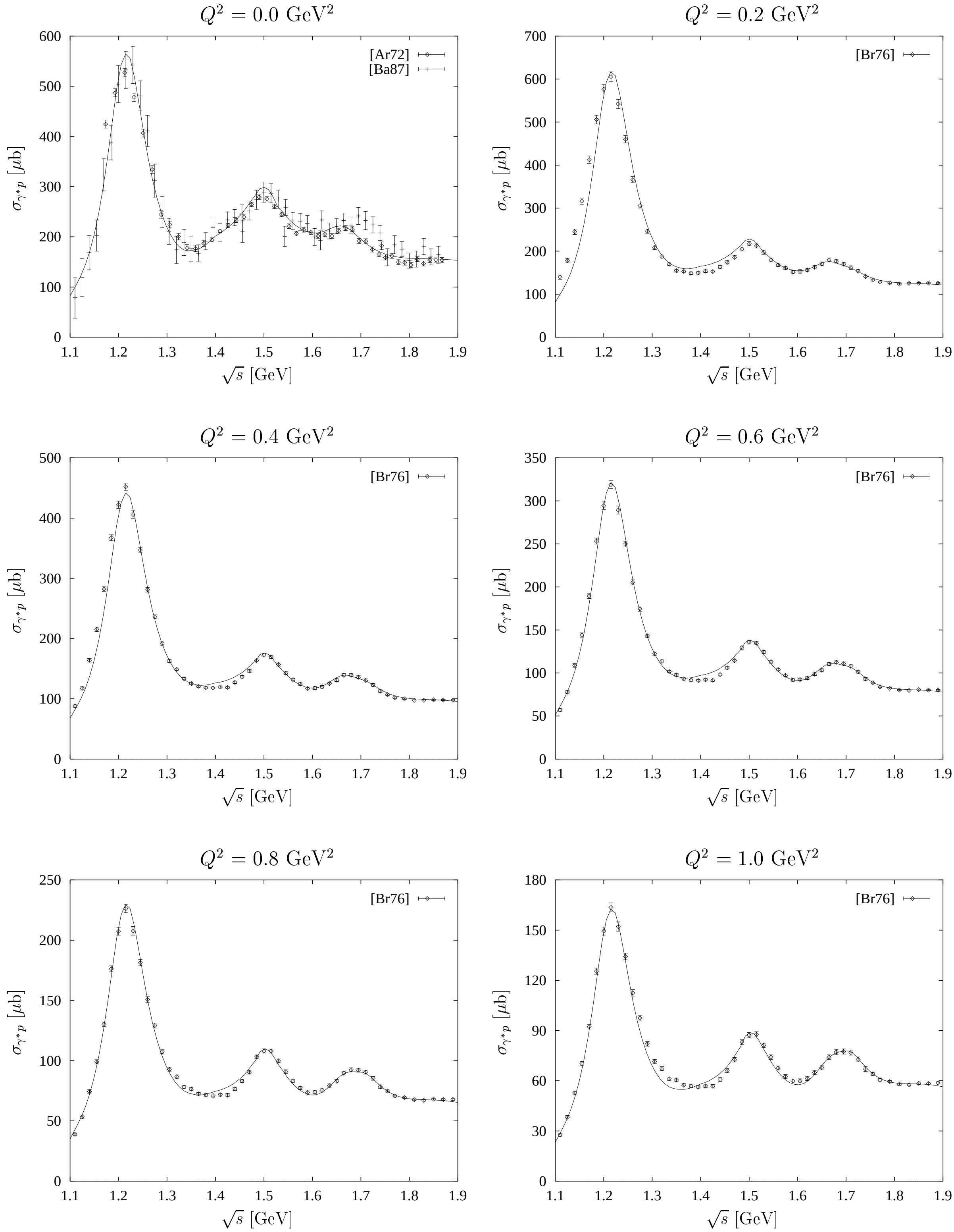


Abbildung 4.7: Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma^* p \to X}$ für verschiedene Q^2, $\varepsilon \geq 0.9$, berechnet mit Hilfe der Formfaktoren.

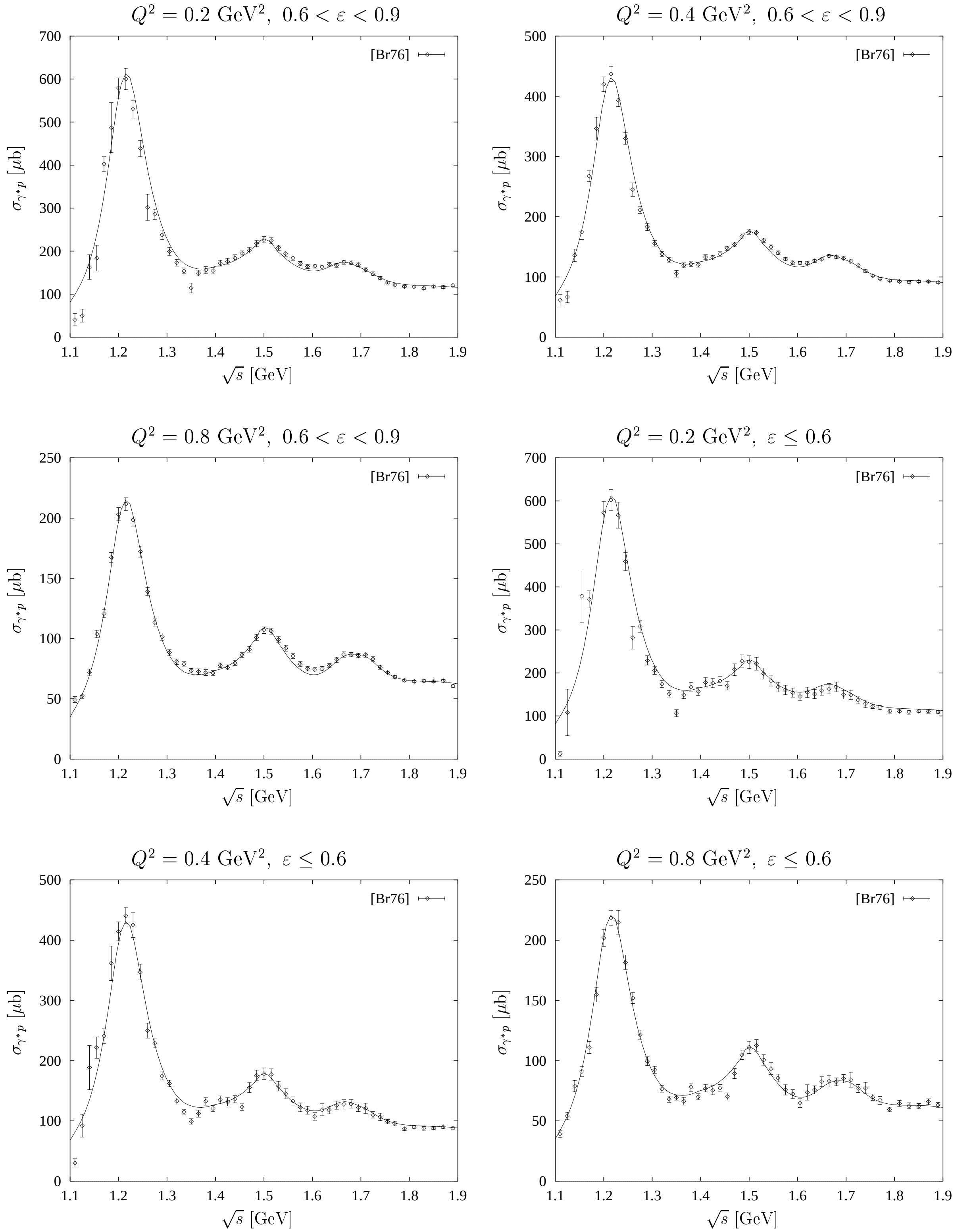


Abbildung 4.8: Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma^* p \to X}$ für $0.6 < \varepsilon < 0.9$ und $\varepsilon \leq 0.6$, berechnet mit Hilfe der Formfaktoren.

4.3 Formfaktoren für den γ^*-n-Prozeß

Da bislang keine Daten zur Wechselwirkung am Neutron vorliegen, werden für die γ^*-n-Wirkungsquerschnitte die Protonen-Formfaktoren aus dem letzten Abschnitt verwendet. Es ist anzumerken, daß diese Verfahrensweise mit Sicherheit nicht korrekt ist. In [Ko74] wurde das Verhältnis $\sigma_{\text{Deuteron}}/\sigma_{\text{Proton}}$ des Kanals $\gamma^* d \to X$ bzw. $\gamma^* p \to X$ gemessen. Für die drei Resonanzregionen wurde jeweils ein Breit-Wigner-Wirkungsquerschnitt angesetzt. Die Resonanzparameter wurden dann so gewählt, daß die inkohärente Summation dieser Beiträge und eines polynomischen Untergrundes die Daten reproduziert. Dabei wurde in der zweiten und dritten Resonanzregion ein Abfallen von σ_d/σ_p mit Q^2 beobachtet. Dies legt nahe, daß das Neutron-Proton-Verhältnis ein analoges Verhalten zeigt. Neuere Untersuchungen [St98] im höheren Q^2-Bereich kommen zu ähnlichen Ergebnissen. Allerdings können bislang nur Aussagen über einzelne Resonanz*regionen* gemacht werden, nicht aber über die verschiedenen Prozesse, aus denen der Wirkungsquerschnitt aufgebaut ist.
Die für die Wechselwirkung am Proton eingeführten zusätzlichen Beiträge zum Zwei-Pionen-Untergrund in und oberhalb der dritten Resonanzregion werden hier nicht verwendet.

Im Grenzfall $Q^2 \to 0$ werden alle γ-n-Wirkungsquerschnitte richtig beschrieben. Da wir nur einen kleinen Q^2-Bereich betrachten, können wir damit rechnen, daß der Fehler, der durch die Verwendung der Protonen-Formfaktoren erzeugt wird, nur klein ist.

Wirkungsquerschnitte zu verschiedenen γ^*-n-Kanälen sind in Anhang B aufgeführt.

4.4 In-Medium-Modifikationen

Die bisherigen Betrachtungen bezogen sich lediglich auf die Elektron-Nukleon-Wechselwirkung im Vakuum. Da die Wirkungsquerschnitte am Nukleon aber in diejenigen am Kern eingehen, müssen wir sie unter Einbeziehung von In-Medium-Effekten modifizieren.
Zunächst ändert sich die Selbstenergie der Resonanzen in Kernmaterie. Der Realteil der Selbstenergie beeinflußt die effektive Masse. Der Imaginärteil vergrößert die totale Breite der Resonanz und muß entsprechend in den resonanten Anteilen zu den Wirkungsquerschnitten aus den Gleichungen (3.18), (3.25) und (3.26) berücksichtigt werden. Die Zerfälle der Resonanzen in Nukleonen können Pauli-geblockt sein. Daher werden Zerfallsbreiten benutzt, die das Pauli-Blocking bereits berücksichtigen (siehe [Ef96]). Schließlich stehen den Resonanzen im nuklearen Medium andere Kanäle als der Zerfall in Mesonen offen, z.B. die Kollisionsreaktion $NR \to NN$. Daher ergeben sich weitere Beiträge zum Wirkungsquerschnitt der Form

$$\sigma_{\gamma^* N \to R \to \text{Koll}} = \frac{q_\gamma^{\text{res}}}{q_\gamma} \frac{s\Gamma_\gamma \Gamma_{R\to\text{Koll}}}{(s-m_R^2)^2 + s\Gamma_{\text{tot}}^2} \frac{2m_N}{m_{\text{res}}\Gamma_0} (|A_{1/2}(Q^2)|^2 + |A_{3/2}(Q^2)|^2). \tag{4.4}$$

Die sogenannte Stoßbreite der Resonanz $\Gamma_{R\to\text{Koll}}$ berücksichtigt Absorptionsprozesse des virtuellen Photons durch mehrere Nukleonen und wird z.B. mit Hilfe eines Spreading-

Potentials [HK79] aus Delta-Hole-Rechnungen oder Parametrisierungen der Delta-Selbstenergie [OS87] beschrieben.

4.5 Wirkungsquerschnitte im BUU-Modell

Bevor wir uns im nächsten Kapitel mit der Elektron-Kern-Reaktion beschäftigen, soll abschließend gezeigt werden, wie die in den letzten beiden Kapiteln hergeleiteten Wirkungsquerschnitte in der BUU-Simulation verwendet werden.

4.5.1 Skalierung

Die BUU-Simulation startet nicht mit der eigentlichen Elektronenstreuung, d.h. einem einfallenden Elektron, sondern mit den Reaktionsprodukten der elementaren γ^*-N-Wechselwirkung, also πN, $\pi\pi N$, Δ oder N^*. Diese Produkte werden mit Hilfe der entsprechenden Wirkungsquerschnitte 'ausgewürfelt'. Allerdings werden die Resonanzen im BUU-Modell explizit propagiert. Da der Ein-Pionen-Wirkungsquerschnitt aber eine kohärente Summe aus Resonanz- und Untergrundbeiträgen beinhaltet, kann er in dieser Form nicht für den Entscheidungsprozeß verwendet werden. Er wird durch einen inkohärenten, skalierten Wirkungsquerschnitt ersetzt [Ef96]. Für die Anregung einer Resonanz R setzt man daher an:

$$\sigma_{\gamma^* N\to R} = \int d\Omega \, \frac{\frac{d\sigma_{\gamma^* N\to R\to\pi N}}{d\Omega}}{\underbrace{\frac{d\sigma^{\mathrm{bg}}_{\gamma^* N\to\pi N}}{d\Omega} + \sum_R \frac{d\sigma_{\gamma^* N\to R\to\pi N}}{d\Omega}}_{\text{ohne Interferenzen}}} \cdot \underbrace{\frac{d\sigma^{\mathrm{koh.}}_{\gamma^* N\to\pi N}}{d\Omega}}_{\text{kohärent aufsummiert}} + \underbrace{\sigma_{\gamma^* N\to R\to X}}_{X\neq\pi N} .$$

Die Wirkungsquerschnitte ohne Interferenzen ergeben sich dabei, indem man in Gleichung (3.15) entweder nur die resonanten oder nur die Untergrund-Helizitätsamplituden verwendet.
Analog verfährt man für die direkte π-N-Erzeugung:

$$\sigma_{\gamma^* N\to\pi N} = \int d\Omega \frac{\frac{d\sigma^{\mathrm{bg}}_{\gamma^* N\to\pi N}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma^{\mathrm{bg}}_{\gamma^* N\to\pi N}}{d\Omega} + \sum_R \frac{d\sigma_{\gamma^* N\to R\to\pi N}}{d\Omega}} \cdot \frac{d\sigma^{\mathrm{koh.}}_{\gamma^* N\to\pi N}}{d\Omega} .$$

Dies garantiert, daß die Summe dieser Beiträge den totalen kohärenten Wirkungsquerschnitt ergibt.

Die Eta- bzw. Zwei-Pionen-Produktion wird mit Hilfe inkohärent aufsummierter Wirkungsquerschnitte behandelt und bedarf keiner solchen Überlegung.

4.5.2 Der winkeldifferentielle Ein-Pionen-Wirkungsquerschnitt

In der Photoproduktion wird der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ im Falle der *direkten* Ein-Pionen-Produktion zur Bestimmung des Streuwinkels im Schwerpunktsystem verwendet [Ef96]. In der Elektroproduktion hat ein analoger differentieller Wirkungsquerschnitt nach unseren bisherigen Überlegungen die Form (siehe Gleichung (3.24)):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\vec{p}_\pi|}{2q_\gamma}\left(\sum_{i=1}^{4}\left|\sum_l H_i^{l^{\rm res}}(\vartheta,\sqrt{s},Q^2=0)f^l(Q^2,\varepsilon) + H_i^{\rm bg}(\vartheta,\sqrt{s},Q^2=0)f^{1\pi{\rm bg}}(Q^2,\varepsilon)\right|^2\right).$$

Dies entspricht dem Ausdruck:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} + \varepsilon\frac{d\sigma_L}{d\Omega}.$$

Nach [Pe97] lautet der differentielle Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma_{\gamma^* N\to\pi N}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} + \varepsilon\frac{d\sigma_L}{d\Omega} + \varepsilon\frac{d\sigma_P}{d\Omega}\cos 2\varphi + \sqrt{2\varepsilon(1+\varepsilon)}\frac{d\sigma_I}{d\Omega}\cos\varphi,$$

der zwei zusätzliche Beiträge, den Polarisations- und Interferenzwirkungsquerschnitt, beinhaltet. Im Falle des totalen Wirkungsquerschnittes, den wir bisher betrachtet haben, fallen diese beiden Terme aufgrund der Integration über φ weg. Die Größe dieser Beiträge ist sehr schwer einzuschätzen, da bisher gemessene Daten nur einen kleinen Bereich von φ, ϑ, $\sqrt{s}$, Q^2 und ε abdecken und große Fehlerbalken haben. Außerdem gibt es nur Daten für den π^0-p- und den π^+-n-Kanal [Pe97]. Es ist deshalb hoffnungslos, diese Beiträge parametrisieren zu wollen. In unserem Modell werden die Untergrund-Pionen daher möglicherweise mit einer falschen Winkelverteilung erzeugt.
Andererseits überwiegt im Energiebereich der Delta-Resonanz, der durch die Ein-Pionen-Produktion dominiert wird, der resonante Anteil bei allen Q^2 sehr stark (siehe Anhang B), d.h. hier wird die Winkelverteilung der Pionen durch das Emissionsspektrum der Resonanz bestimmt. Weiterhin nehmen die Untergrund-Pionen von Beginn der Simulation an den Endzustands-Wechselwirkungen teil, die vor allem über die Bildung von πN-Δ-Resonanzketten ablaufen und die ursprüngliche Winkelverteilung durch das Emissionsspektrum der Resonanzen beeinflußt wird. Bei höheren Gammaenergien wird der Zwei-Pionen-Kanal dominant. Hier werden die Impulse und Streuwinkel der auslaufenden Teilchen mit Hilfe des 3-Teilchen-Phasenraums gewonnen.

Kapitel 5

Die Elektron-Kern-Wechselwirkung

In diesem Kapitel gehen wir nun über auf die Beschreibung der Reaktion zwischen Elektron und Kern. Dabei verwenden wir auf der Grundlage der Impulsapproximation die in den letzten Kapiteln hergeleiteten Wirkungsquerschnitte an einzelnen Nukleonen.

5.1 Die Reaktion $eA \to e'X$

Wir betrachten zunächst die Reaktion $eA \to e'X$. Sie bildet sozusagen die Summe aller möglichen Reaktionen und beinhaltet daher auch die verschiedenen Kanäle zur Mesonenproduktion, deren Untersuchung den eigentlichen Schwerpunkt dieser Arbeit bildet. Weiterhin ist diese Reaktion die einzige am Kern, zu der bisher Messungen durchgeführt worden sind. Daher lohnt es sich, erst einmal zu überprüfen, inwieweit unser Modell in der Lage ist, die Wechselwirkung zwischen Elektronen und Kernen zu beschreiben.
Die analoge Reaktion $\gamma A \to X$ wurde in [Ef96] in besonderem Hinblick auf die In-Medium-Modifikationen in Kernmaterie betrachtet. Es ist interessant zu untersuchen, ob und wie sich ihr Einfluß bei virtuellen Photonen verändert.

5.1.1 Der Wirkungsquerschnitt

Es soll nun skizziert werden, durch welche Überlegungen ein Wirkungsquerschnitt am Kern hergeleitet werden kann [Gi1], [CO92].
Wir betrachten zunächst ein Elektron, welches sich in unendlicher Kernmaterie bewegt. Durch die Wechselwirkung mit den Nukleonen verschwinden einige dieser Elektronen aus dem Fluß mit einer Rate Γ, die gegeben ist durch

$$-\frac{1}{N}\frac{dN}{dt} = \Gamma = -\frac{1}{|\vec{p}_e|}\mathrm{Im}\Sigma(p_e, \varrho).$$

Dabei ist $\Sigma(p_e, \varrho)$ die Selbstenergie des Elektrons, die vom Impuls und der Kerndichte ϱ abhängt. Γ entspricht einer Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit, also pro Längeneinheit in natürlichen Einheiten. Daher gibt der Ausdruck Γd^3r den Beitrag des Volumenelements d^3r

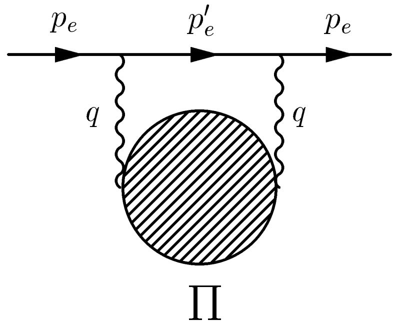


Abbildung 5.1: Selbstenergie des Elektrons

zum Wirkungsquerschnitt der inelastischen Reaktion der Elektronen mit der Kernmaterie an. Somit ist

$$\sigma = -\int d^3r \frac{1}{|\vec{p}_e|} \mathrm{Im}\Sigma(p_e, \varrho). \tag{5.1}$$

Die Selbstenergie des Elektrons kann durch die Selbstenergie des virtuellen Photons Π ausgedrückt werden (siehe Abbildung 5.1):

$$\Sigma = ie^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{L_{\mu\nu}\Pi^{\mu\nu}}{q^4} \frac{1}{(p_e-q)^2 - m_e^2}.$$

Hierbei ist $L_{\mu\nu}$ der leptonische Tensor, dem wir schon in Kapitel 3 begegnet sind. Die Betrachtung des Imaginärteils der Elektron-Selbstenergie ist äquivalent zum Schneiden der Off-Shell-Propagatoren, wobei analog der Cutkosky-Regeln ([Ps98], [PS95]) die entsprechenden Teilchen, also insbesondere das Elektron, auf ihre Massenschale gesetzt werden. Der Imaginärteil der Photonen-Selbstenergie besteht nun aus Beiträgen, die den Reaktionskanälen πN, $\pi\pi N$ und ηN entsprechen. Das Low-Density-Theorem [Hf75] verknüpft diese dichteabhängigen Anteile mit den Vorwärts-Streuamplituden, die dann mit Hilfe des optischen Theorems in die Wirkungsquerschnitte umgewandelt werden.
Interessiert man sich für den dreifach differentiellen Wirkungsquerschnitt der Elektroproduktion am Kern, so erhält man unter Anwendung der Lokalen Dichtenäherung (LDA) $\varrho \to \varrho(r)$ in Gleichung (5.1) schließlich:

$$\frac{1}{A}\frac{d\sigma^L_{eA\to e'X}}{dE'^L_e d\Omega^L} = 4\int d^3r \int^{p_F} \frac{d^3p_N}{(2\pi)^3} \left(\frac{Z}{A}\frac{d\sigma^L_{ep\to e'X}}{dE'^L_e d\Omega^L} + \frac{N}{A}\frac{d\sigma^L_{en\to e'X}}{dE'^L_e d\Omega^L} \right), \tag{5.2}$$

mit

$$\frac{d\sigma_{e(p,n)\to e'X}}{d\Omega_e dE'_e} = \frac{d\sigma_{e(p,n)\to e'\pi N}}{d\Omega_e dE'_e} + \frac{d\sigma_{e(p,n)\to e'\pi\pi N}}{d\Omega_e dE'_e} + \frac{d\sigma_{e(p,n)\to e'\eta N}}{d\Omega_e dE'_e}.$$

Diese Wirkungsquerschnitte sind im Sinne von Kapitel 4.4 mediummodifiziert. Es ist zu beachten, daß bei der Betrachtung der Elektron-Kern-Reaktion das Laborsystem das Ruhesystem des Kerns ist und nicht, wie bisher, das Ruhesystem des Nukleons. Daher müssen die Wirkungsquerschnitte am Nukleon aus den letzten Kapiteln erst in das Laborsystem transformiert werden, bevor sie in Gleichung (5.2) verwendet werden können. Die Transformation wird in Anhang C durchgeführt.

Um Wirkungsquerschnitte zur Elektroproduktion am Kern mit denen zur Photoabsorption am Kern zu vergleichen, werden virtuelle Photoabsorptions-Wirkungsquerschnitte definiert [Ba83]:

$$\sigma_{\gamma^* A \to X} = \frac{1}{\Gamma} \frac{d\sigma_{eA \to e'X}}{d\Omega dE'_e}. \tag{5.3}$$

Der hier verwendete Flußfaktor

$$\Gamma = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{E'_e}{E_e} \frac{k_\gamma}{Q^2} \frac{1}{1-\varepsilon}$$

gilt eigentlich für den Fall, daß die Nukleonen in Ruhe sind. Gleichung (5.3) bietet aber die einzige Möglichkeit, einen solchen Wirkungsquerschnitt zu definieren, weil der Faktor Γ aufgrund der Bewegung der Nukleonen im Laborsystem nicht konstant ist.

5.2 Resultate

5.2.1 Fermi-Verschmierung

Im folgenden werden wir häufig Wirkungsquerschnitte für verschiedene Q^2 vergleichen. Es ist klar, daß die Photonenenergie, die zur Produktion einer bestimmten γ^*-N-Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ (d.h. zur Anregung einer bestimmten Resonanz) führt, mit Q^2 ansteigt. Dies läßt sich sehr einfach für den Fall zeigen, daß die Nukleonen ruhen:

$$E_\gamma = \frac{s - m_N^2 + Q^2}{2m_N}. \tag{5.4}$$

Trägt man also den Wirkungsquerschnitt gegen E_γ auf, so verschieben sich die einzelnen Resonanzregionen mit wachsendem Q^2 zu höheren Energien hin. Für ruhende Nukleonen kann man dies verhindern, indem man $\sqrt{s}$ anstatt E_γ als Variable verwendet.
Für Betrachtungen am Kern eignet sich die Schwerpunktsenergie nicht, da sie stark vom Nukleonen-Impulses abhängt:

$$s = m_N^2 - Q^2 + 2E_\gamma \sqrt{m_N^2 + \vec{p}_N^{\,2}} - 2\sqrt{E_\gamma^2 + Q^2}\, p_N^z. \tag{5.5}$$

Verwendet man dagegen weiterhin $\overline{\sqrt{s}} := \sqrt{s}$ aus Gleichung (5.4) (also unter Vernachlässigung des Impulses der Nukleonen), so wird die Verschiebung der Resonanzregionen fast völlig aufgefangen. Der Zusammenhang zwischen $\overline{\sqrt{s}}$ und E_γ für verschiedene Q^2 ist in Abbildung 5.2 erkennbar. Als weitere Variable wäre eine Größe denkbar, die sich aus der

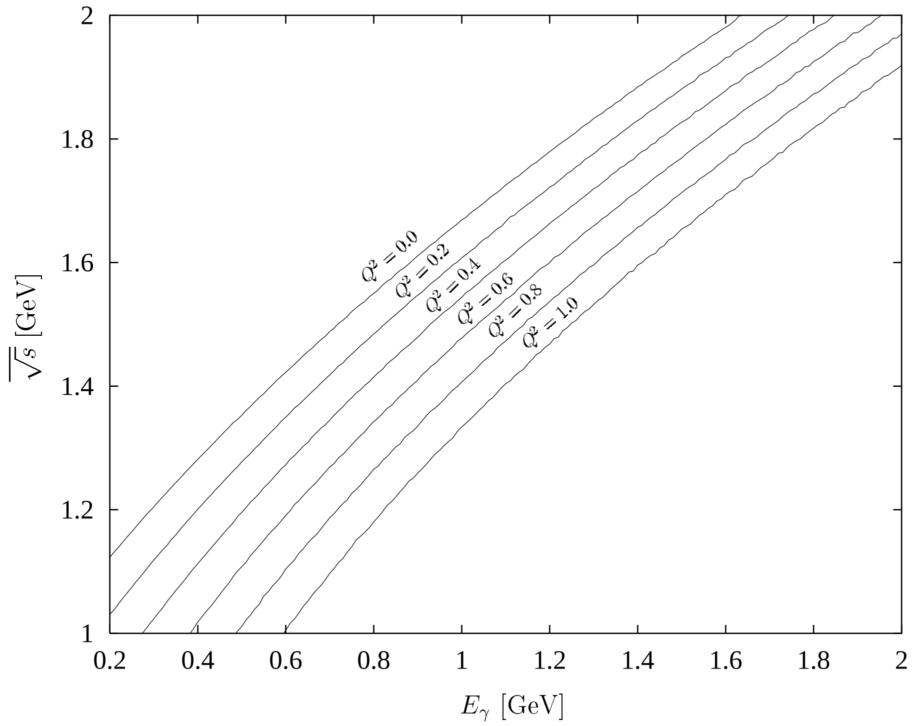


Abbildung 5.2: Zusammenhang zwischen $\overline{\sqrt{s}}$ und E_γ

Mittelung von $\sqrt{s}$ aus Gleichung (5.5) über den Nukleonen-Impuls ergibt. Das Resultat ist aber im wesentlichen $\overline{\sqrt{s}}$, da sich der letzte Term in Gleichung (5.5) herausmittelt und im mittleren Term $\vec{p}_N^2 << m_N^2$ gilt.
Die Fermi-Bewegung der Nukleonen hat einen entscheidenden Einfluß auf die Verteilung eines Wirkungsquerschnittes $\sigma(E_\gamma)$. Betrachtet man zunächst $Q^2 = 0$, so zeigt Gleichung (5.4), daß bei ruhenden Nukleonen E_γ und $\sqrt{s}$ eindeutig zusammenhängen. Diese Eindeutigkeit geht für endliche Nukleonen-Impulse verloren, denn die Gleichung

$$s = m_N^2 + 2E_\gamma(\sqrt{m_N^2 + \vec{p}_N^2} - p_N^z) \tag{5.6}$$

(das Photon fällt in z-Richtung ein) besitzt für gegebenes $\sqrt{s}$ mehrere Lösungen E_γ, je nach dem, wie groß $\vec{p}_N$ ist.
Die Fläche unter dem Wirkungsquerschnitt bleibt konstant, so daß sich ein über einen größeren E_γ- (bzw. $\overline{\sqrt{s}}$-) Bereich verteilter Kurvenverlauf ergibt. Dieser Verschmierungseffekt wird mit steigendem Q^2 noch viel ausgeprägter, denn die zu (5.6) analoge Gleichung (5.5) besitzt noch mehr Lösungen E_γ für festes $\sqrt{s}$. Als Beispiel ist der Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma^* A \to \Delta(1232) \to \pi N)$ für verschiedene Q^2 gegen $\overline{\sqrt{s}}$ aufgetragen (siehe Abbildung 5.3). Zum besseren Vergleich wurden alle Formfaktoren gleich eins gesetzt.

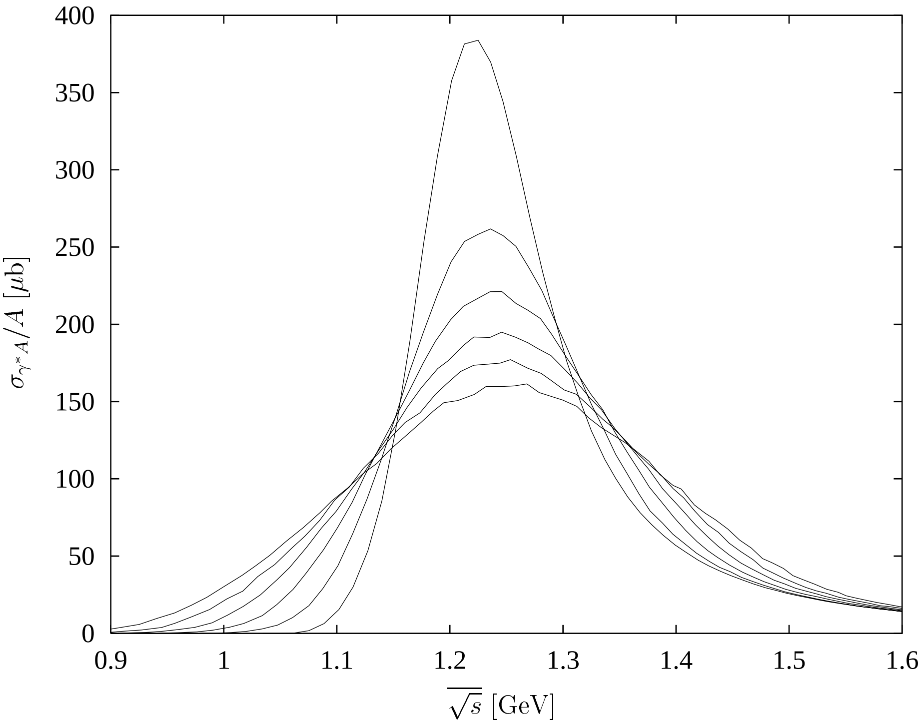


Abbildung 5.3: Beitrag des $\Delta(1232)$ zum Absorptionsquerschnitt. Die Kurven wurden für $Q^2 = 0$ (oben) bis $Q^2 = 1.0$ GeV^2 (unten) berechnet.

Man kann trotz der Verwendung von $\sqrt{s}$ eine leichte Verschiebung des Maximums mit steigendem Q^2 erkennen.

5.2.2 Einfluß der In-Medium-Modifikationen

In Abbildung 5.4 wird der Absorptionsquerschnitt in Abhängigkeit von $\sqrt{s}$ für verschiedene Q^2 gezeigt. Man erkennt bei $Q^2 = 0$ zwei Resonanzregionen. Das Maximum in der Delta-Region steigt zunächst mit Q^2 an und fällt dann schnell ab. Dieses Verhalten ist durch die Struktur des Delta-Formfaktors (siehe Abbildung 4.5) erklärbar. Die zweite Resonanzregion dagegen verschwindet sehr schnell mit steigendem Q^2. Dies liegt an der oben angesprochenen, effektiver werdenden Fermi-Verschmierung. Desweiteren beobachten wir mit größer werdendem Q^2 ein Wandern der ersten Resonanzregion zu höheren Energien hin. Dieser Effekt läßt sich hauptsächlich durch die in Abbildung 5.3 sichtbare Verschiebung des Delta-Beitrages zum Wirkungsquerschnitt erklären.
Wir untersuchen nun die verschiedenen In-Medium-Modifikationen, sowie den sich mit Q^2 verändernden Einfluß auf den Wirkungsquerschnitt. Dazu werden die Fälle $Q^2 = 0.0$, 0.2, 0.4 und 0.8 GeV^2 in den Abbildungen 5.6 und 5.7 zum Vergleich gezeigt.

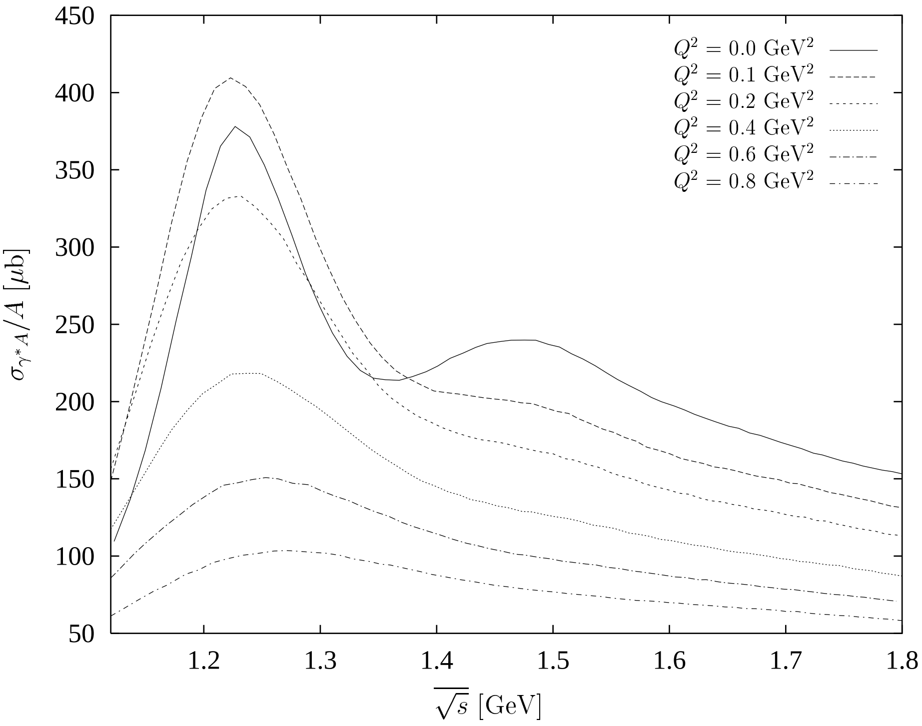


Abbildung 5.4: Vergleich des Absorptionsquerschnittes $\sigma_{\gamma^* A}/A$ für verschiedene Q^2 an ^{40}Ca

Die dort aufgeführten Effekte werden nacheinander 'eingeschaltet'. Zuerst diskutieren wir den Fall $Q^2 = 0$. Der elementare Wirkungsquerschnitt am Kern weist noch ausgeprägte Resonanzeigenschaften auf. Bei Hinzukommen der Fermi-Verschmierung ergibt sich der oben geschilderte Auschmierungseffekt. Insbesondere in der dritten Resonanzregion geht jegliche resonante Struktur verloren. Die noch vorhandene Resonanzstruktur im Bereich des $N(1520)$ zeigt auch eine starke Ausschmierung, ist im Experiment aber nicht sichtbar, wie der Vergleich zwischen den Daten und Rechnungen zum Photoabsorptionsquerschnitt an ^{63}Cu in Abbildung 5.5 zeigt.

Das Pauli-Blocking führt im Bereich der Delta-Resonanz zu einer deutlichen Verminderung des Wirkungsquerschnittes und zu einer Verschiebung des Peaks zu höheren Energien, weil die Beiträge bis etwa $E_\gamma = 0.3$ GeV 'weggeblockt' werden. Die Berücksichtigung von In-Medium-Breiten, d.h. Verwendung Pauli-geblockter Ein-Pionen-Zerfallsbreiten und der Kollisionsbreite

$$\Gamma_{\text{koll}} = (80\frac{\varrho}{\varrho_0}) \text{ MeV}$$

für die Resonanzen aus [HK79] resultiert in einer Verschiebung des Delta-Peaks zu kleineren Energien hin und einer leichten Anhebung. Diese Anhebung kann durch die zusätzlichen Beiträge zum Wirkungsquerschnitt aufgrund der möglichen Kollisionsreaktionen des Delta

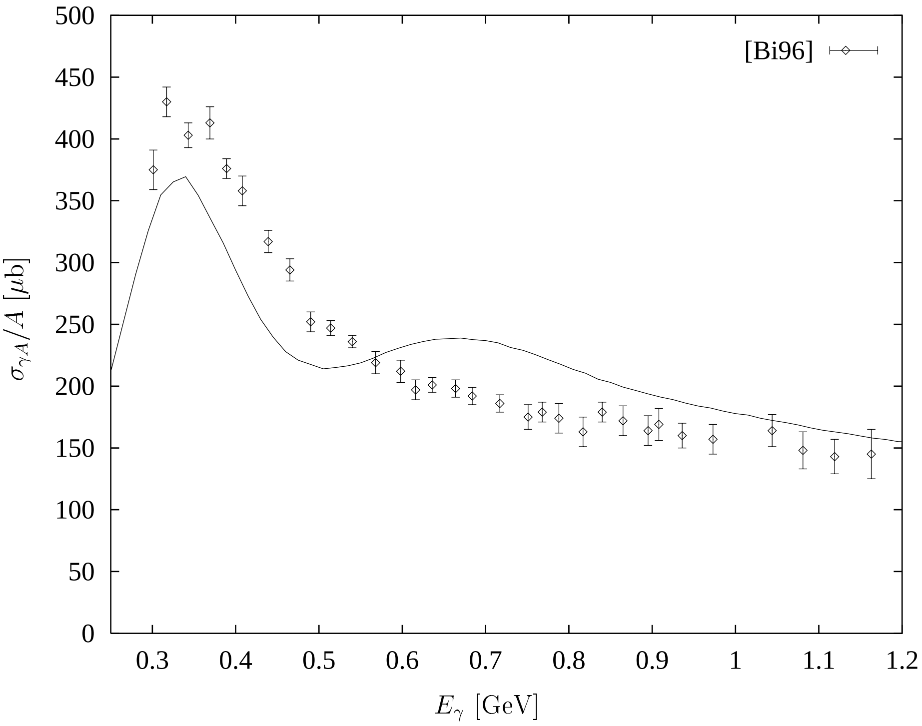


Abbildung 5.5: Photoabsorptionsquerschnitt $\sigma_{\gamma A}/A$ an ^{63}Cu

im Kern erklärt werden (siehe Gleichung (4.4)). Die Verschiebung geht darauf zurück, daß das Verhältnis aus In-Medium-Breite und Vakuumbreite des Delta im Bereich bis zur Resonanzlage in etwa gleich eins ist, oberhalb aber schnell ansteigt. Dadurch sinkt der Resonanzbeitrag zum Wirkungsquerschnitt. Schließlich berücksichtigen wir noch, daß das Delta in Kernmaterie schwächer gebunden ist als ein Nukleon. In den Rechnungen wurde daher für das Delta-Potential der Ausdruck

$$U_\Delta(p,\varrho) = \frac{2}{3} U_N(p,\varrho)$$

benutzt. Somit steigt die Delta-Energie an. Der dazu äquivalente Anstieg der Delta-Masse verursacht eine Verschiebung der ersten Resonanzregion zurück zu höheren Energien. Die Breite wächst stark mit der Delta-Masse, so daß der Wirkungsquerschnitt aufgrund seiner $1/\Gamma$-Abhängigkeit absinkt.

Bei endlichem Q^2 verändert sich der Einfluß der verschiedenen Modifikationen. Wie oben schon erläutert, wird die Fermi-Verschmierung mit steigendem Q^2 effektiver. Dies führt ab etwa $Q^2 = 0.2$ GeV^2 zu einem Verschwinden der zweiten Resonanzregion, die bei $Q^2 = 0$ aus bisher nicht endgültig geklärten Gründen und im Widerspruch zu den Daten noch recht stark ausgeprägt ist (vgl. Abbildung 5.5). Neue Erkenntnisse, die das Verschwinden dieser Resonanzregion betreffen, können aus der Elektroproduktion also nicht gewonnen werden.

Das Pauli-Blocking ist bereits bei $Q^2 = 0.2$ GeV^2 total unterdrückt: Einem konstanten $\sqrt{s}$ entspricht mit steigendem Q^2 ein steigender Impulsübertrag in der γ^*-N-Reaktion, was zu einem tendenziell vergrößerten Nukleonenimpuls nach Zerfallen der Resonanz führt. Die Kurve, die sich unter Berücksichtigung der In-Medium-Breiten ergibt, liegt - anders als im Fall reeller Photonen - im Delta-Bereich deutlich unter der Pauli-Blocking-Kurve: Eine Delta-Resonanz kann nun auch über Kollisionsreaktionen zum Wirkungsquerschnitt beitragen und nicht mehr - wie vorher - nur über die Pionen-Produktion. Die Kollisionsbeiträge hängen stark vom Delta-Formfaktor ab und fallen im Gegensatz zu den Ein-Pionen-Beiträgen, die auch Untergrundprozesse mit anderem Formfaktor beinhalten, mit steigendem Q^2 schneller ab.
Insgesamt beobachten wir, daß mit wachsendem Q^2 die Fermi-Verschmierung die einzige In-Medium-Modifikation ist, die an Bedeutung gewinnt und schließlich die Wirkungsquerschnitte vollkommen dominiert. Dagegen werden alle anderen Modifikationen durch den vergrößerten Impulsübertrag in der elementaren Reaktion immer stärker unterdrückt.

In Abbildung 5.8 werden die In-Medium-Wirkungsquerschnitte für verschiedene Q^2, sowie die Beiträge, aus denen sie sich zusammensetzen, gezeigt. Im Bereich der ersten Resonanzregion sind vor allem die Beiträge durch Ein-Pionen-Produktion und Kollisionsreaktionen relevant. Neben der schon erwähnten Verschiebung des Ein-Pionen-Wirkungsquerschnittes in der Delta-Region beobachtet man denselben Effekt auch bei den Kollisionsbeiträgen in diesem Energiebereich. Weiterhin steigt das Verhältnis zwischen Ein-Pionen- und Kollisions-Wirkungsquerschnitt mit Q^2 an. Aufgrund der unterschiedlichen Q^2-Abhängigkeit der Formfaktoren gewinnen die Untergrundprozesse im Vergleich zu den Beiträgen mit Delta-Anregung, aus denen die Kollisionsbeiträge schließlich hervorgehen, mit steigendem Q^2 an Bedeutung.
Die Verschiebung des Kollisionspeaks mit steigendem Q^2 durch die Fermi-Bewegung wirkt der Verschiebung des gesamten Wirkungsquerschnittes zu kleineren Energien, die wir bei Einschalten der In-Medium-Breiten für $Q^2 = 0$ beobachtet haben, entgegen. Dadurch wird die Verschiebung des gesamten Wirkungsquerschnittes verstärkt.

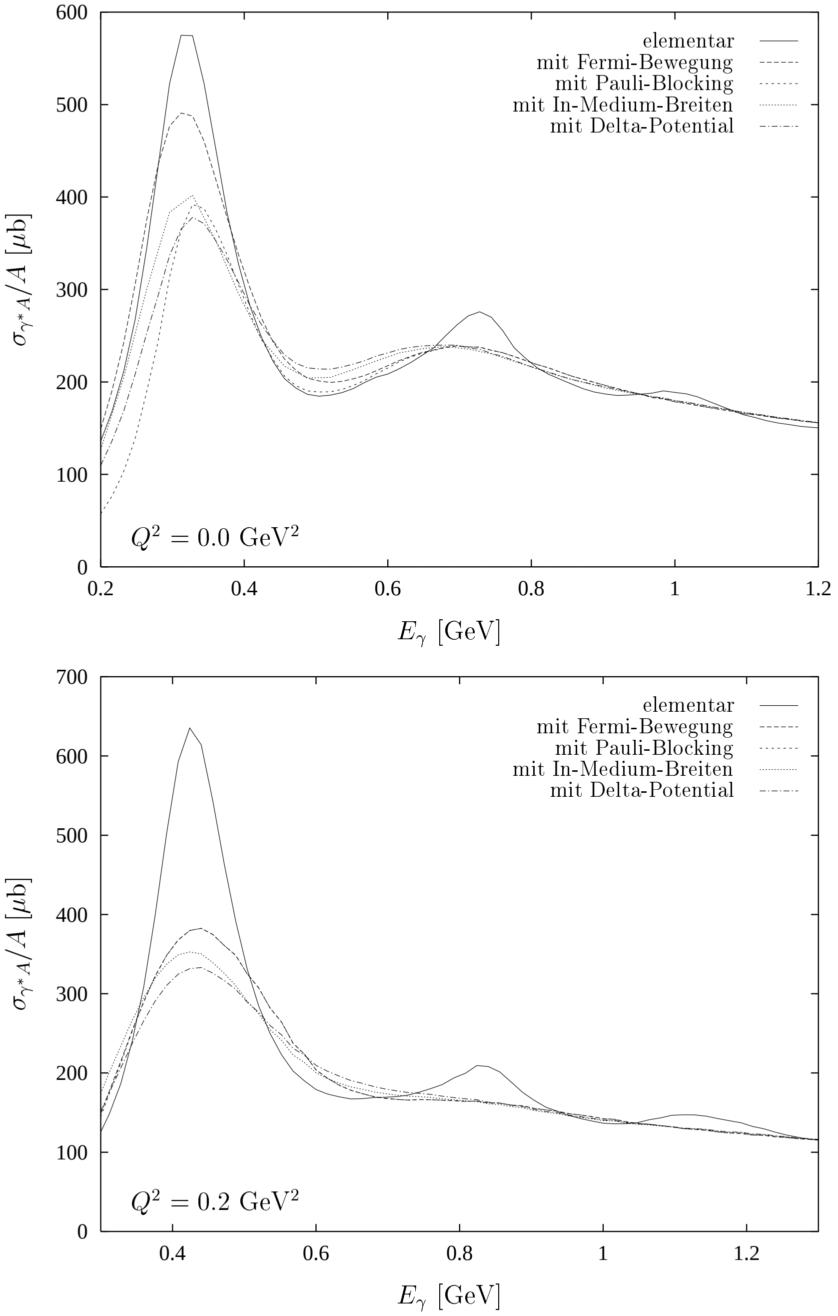


Abbildung 5.6: Einfluß der verschiedenen In-Medium-Modifikationen auf den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{*40}\mathrm{Ca} \to X$. Die verschiedenen Effekte werden nach und nach 'eingeschaltet'. Für $Q^2 = 0.2$ GeV^2 liegen die Kurven mit Fermi-Bewegung und Pauli-Blocking übereinander.

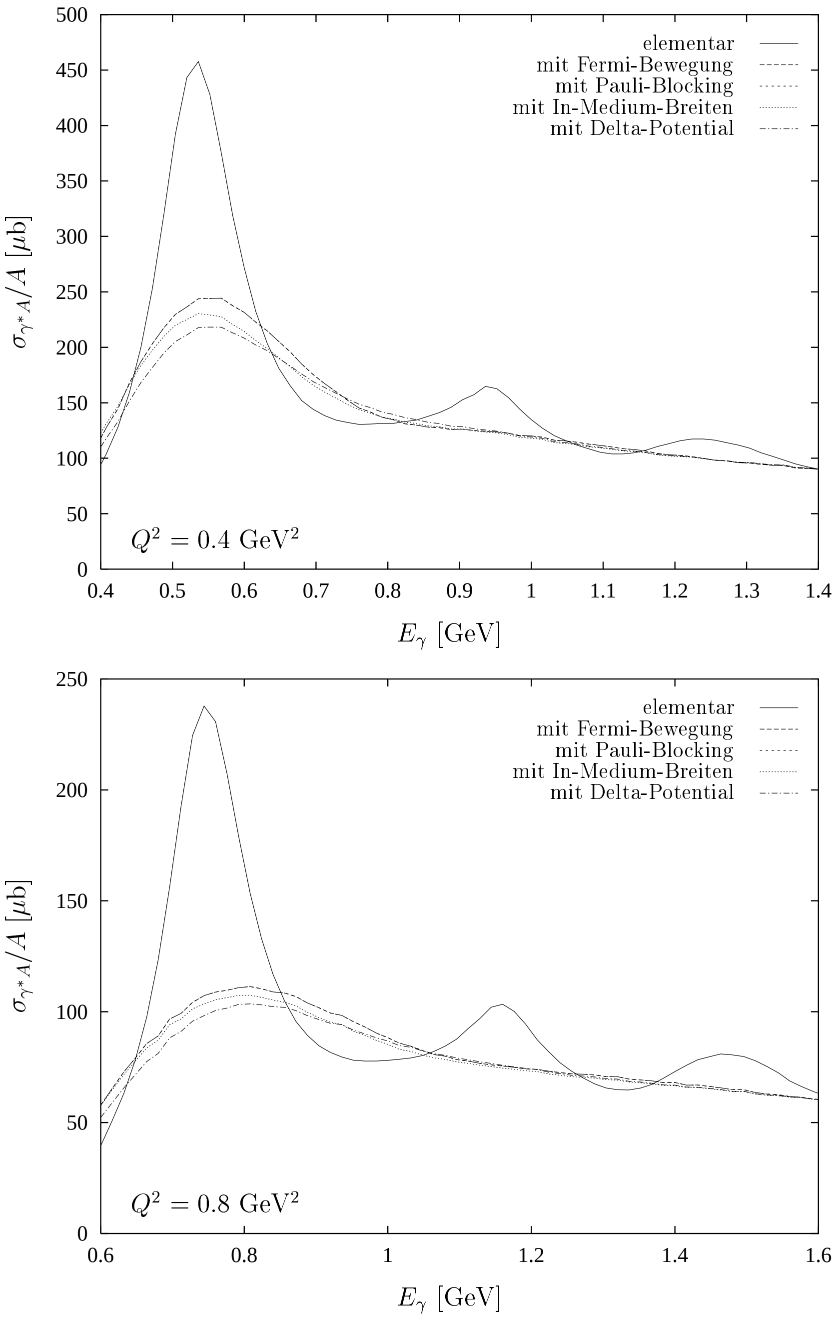


Abbildung 5.7: Einfluß der verschiedenen In-Medium-Modifikationen auf den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{*40}\mathrm{Ca} \to X$. Die verschiedenen Effekte werden nach und nach 'eingeschaltet'. Die Kurven mit Fermi-Bewegung und Pauli-Blocking liegen übereinander.

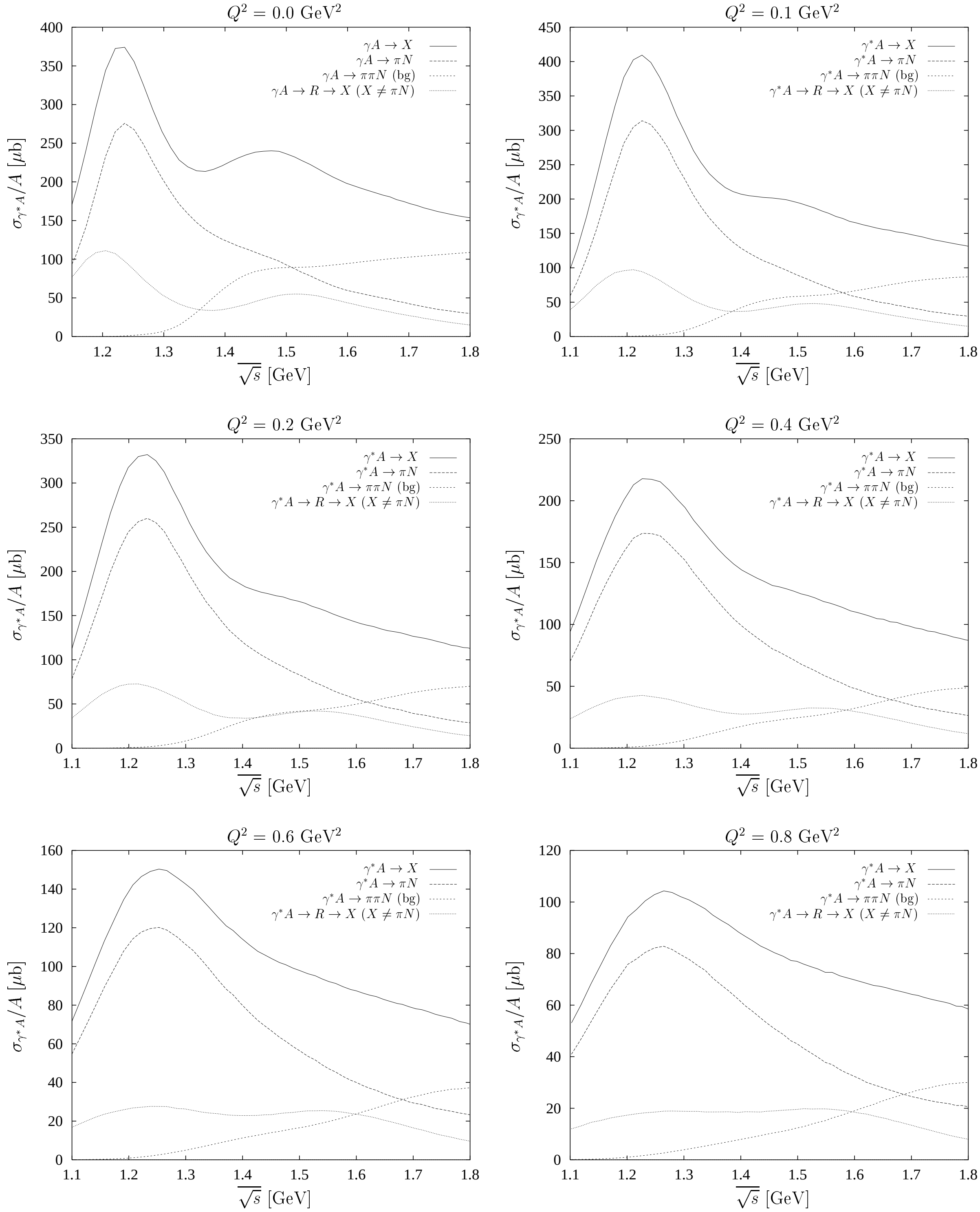


Abbildung 5.8: Beiträge zum Absorptionsquerschnitt

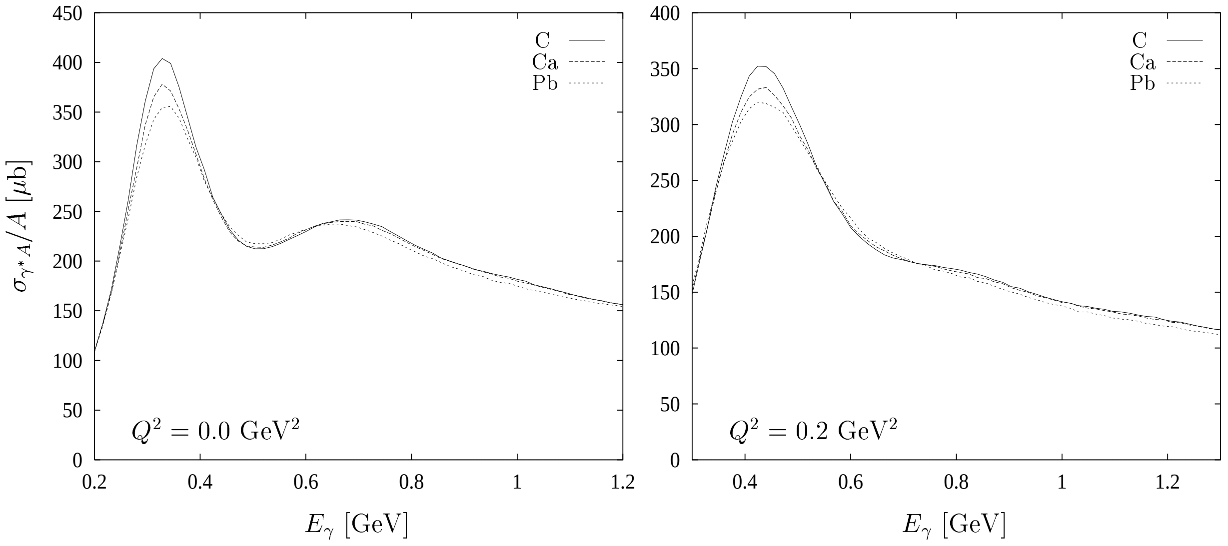


Abbildung 5.9: Vergleich von $\sigma_{\gamma^* A}/A$ für verschiedene Kerne

5.2.3 Abhängigkeit von der Massenzahl

In Experimenten zur reellen und virtuellen Gammaabsorption an Kernen hat sich gezeigt, daß der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma^* A}/A$ ab etwa $A \sim 12$ für alle Kerne etwa gleich groß ist. In Abbildung 5.9 vergleichen wir die Wirkungsquerschnitte an ^{12}C, ^{40}Ca und ^{208}Pb für $Q^2 = 0.0$, 0.2, 0.4 und 0.8 GeV^2. Das Abfallen im ersten Resonanzbereich mit A

bei $Q^2 = 0$ kann zum einen durch die effektiver werdende Fermi-Verschmierung erklärt werden: Der im BUU-Modell verwendete dichteabhängige Fermi-Impuls im Rahmen der Thomas-Fermi-Näherung ist gegeben durch:

$$p_F = \left(\frac{3}{2}\pi^2 \varrho\right)^{1/3} .$$

Bei steigendem A halten sich mehr Nukleonen bei größeren Dichten auf und somit wächst p_F. Weiterhin steigt der Einfluß der anderen Medium-Modifikationen [Ef96].
Im Bereich des ersten Resonanzmaximums sinkt die relative Abweichung zwischen den drei Kurven mit wachsendem Q^2. Der Grund liegt darin, daß die neben der Fermi-Bewegung betrachteten In-Medium-Modifikationen mit zunehmendem Q^2 immer weniger ins Gewicht fallen. Dies gilt dann insbesondere auch für den unterschiedlichen Einfluß für verschiedene Kerne.

5.2.4 Vergleich mit den Daten

In Abbildung 5.10 vergleichen wir zunächst die berechneten Wirkungsquerschnitte mit Daten aus [Ba83] und [Oc84]. Hierbei handelt es sich um Messungen im kleinen Q^2-Bereich. Da bei den Experimenten die Energie des einlaufenden Elektrons sowie der Streuwinkel fest sind, verändern sich sowohl Q^2 als auch ε bei steigendem E_γ (siehe Gleichungen (3.1) und (3.8)). Als Richtwert sind die Werte von Q^2 und ε am Maximum der Kurven angegeben. Die Daten in Abbildung 5.10 oben links werden sehr gut beschrieben, wohingegen die anderen Kurven bei kleinerem Streuwinkel die Daten um etwa 10% unterschätzen. Jedoch wird der Verlauf ab dem Maximum reproduziert.
Es ist ebenfalls zu erkennen, daß die Kurven für Energien unterhalb der Delta-Resonanz stärker abfallen als die Daten. Das liegt daran, daß der Wirkungsquerschnitt am Kern unterhalb der Delta-Resonanz einen weiteren Peak aufweist, verursacht durch eine zusätzliche Reaktion, die in unserem Modell nicht beschrieben wird: Hat das virtuelle Photon eine Energie unterhalb der Pionenschwelle, aber im Bereich der Bindungsenergie der Nukleonen, so kann es ein Nukleon aus dem Kern herausstoßen. Dieses Nukleon verläßt dann den Kern ohne weitere Wechselwirkungen. Dieses Phänomen ist auch als quasielastische Streuung bekannt und ist nur bei virtuellen Photonen möglich. Daher beobachtet man einen solchen quasielastischen Peak in der Photoabsorption nicht. Die quasielastischen Prozesse tragen bis knapp unterhalb des Maximums des Delta-Peaks zum Wirkungsquerschnitt bei. Der ohnehin schon kleine Energiebereich, in dem ein Vergleich mit den Daten möglich ist, wird somit noch weiter eingeschränkt. Da die quasielastische Streuung aber weder zur Mesonenproduktion noch zu den Endzustands-Wechselwirkungen beiträgt, wurde sie im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet.
In [Gi1] wird die inklusive (e, e')-Reaktion im Rahmen eines Delta-Hole-Modells untersucht. Dabei wurde der Energiebereich vom quasielastischen Peak bis zur Delta-Resonanz betrachtet. Die Übereinstimmung mit den Daten an ^{12}C ist recht gut, an ^{208}Pb ergeben sich Abweichungen im Bereich von 10-20%.

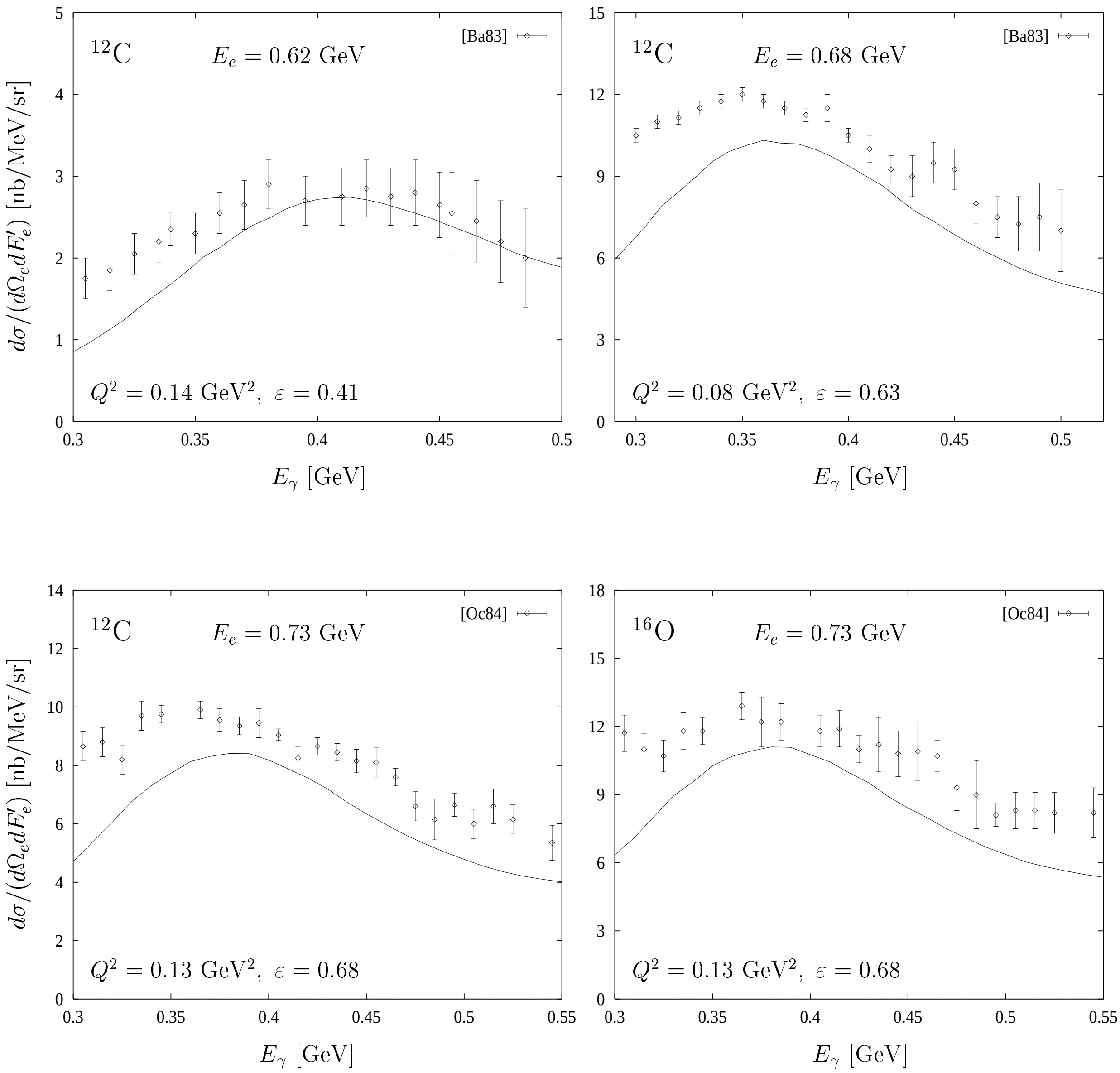


Abbildung 5.10: Totaler Wirkungsquerschnitt $eA \to e'X$, gemessen bei $\vartheta = 60°$ (oben links), $\vartheta = 36°$ (oben rechts) bzw. $\vartheta = 37.1°$ (unten). Die angegebenen Werte von Q^2 und ε entsprechen denen am Maximum der Kurven.

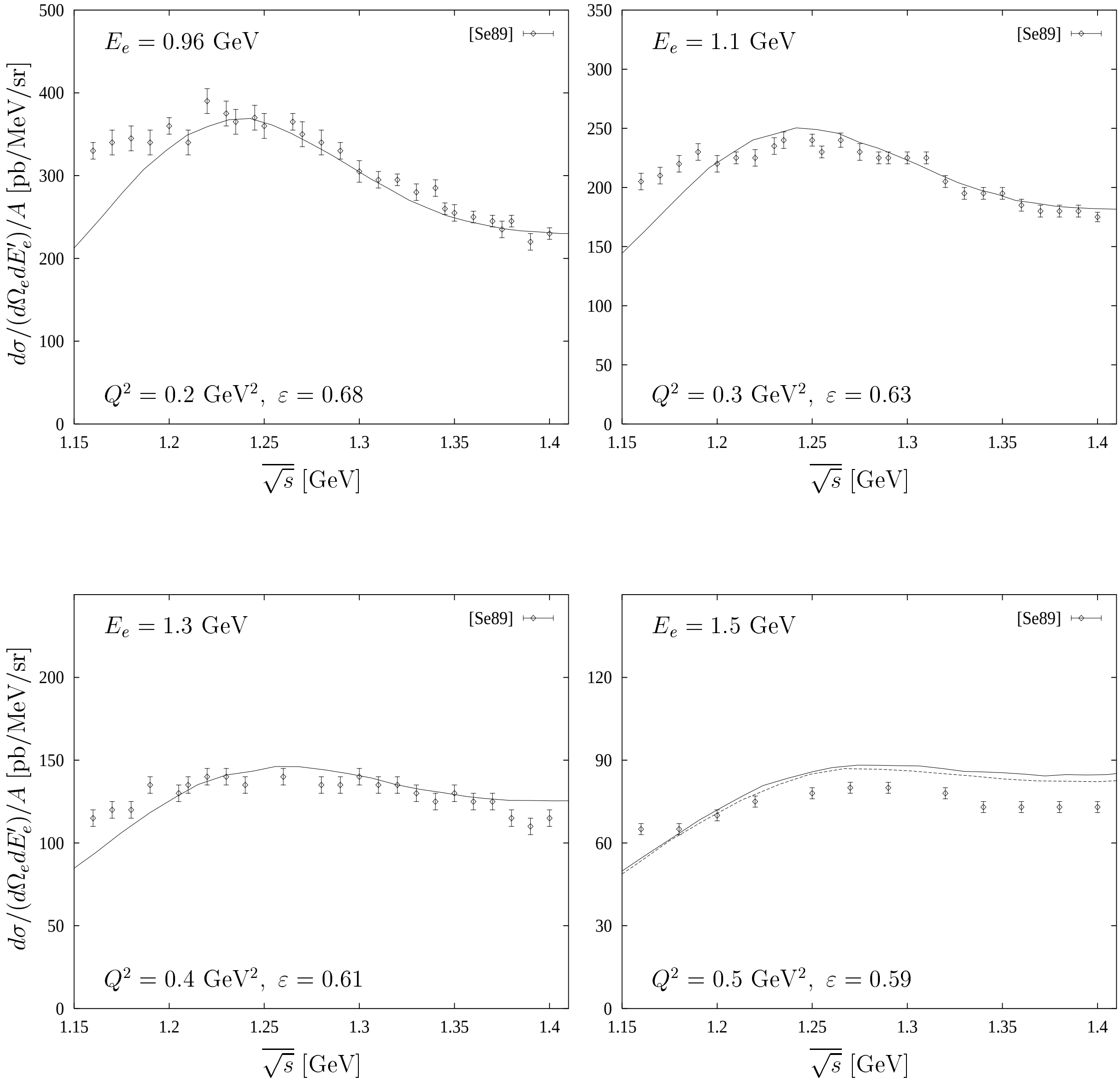


Abbildung 5.11: Totaler Wirkungsquerschnitt $e^{12}\mathrm{Ca} \rightarrow e'X$ für verschiedene Elektronenenergien. Die Messungen wurden bei $\vartheta = 37.5°$ durchgeführt. Die angegebenen Werte von Q^2 und ε entsprechen denen bei $\sqrt{s} = 1.23$ GeV.

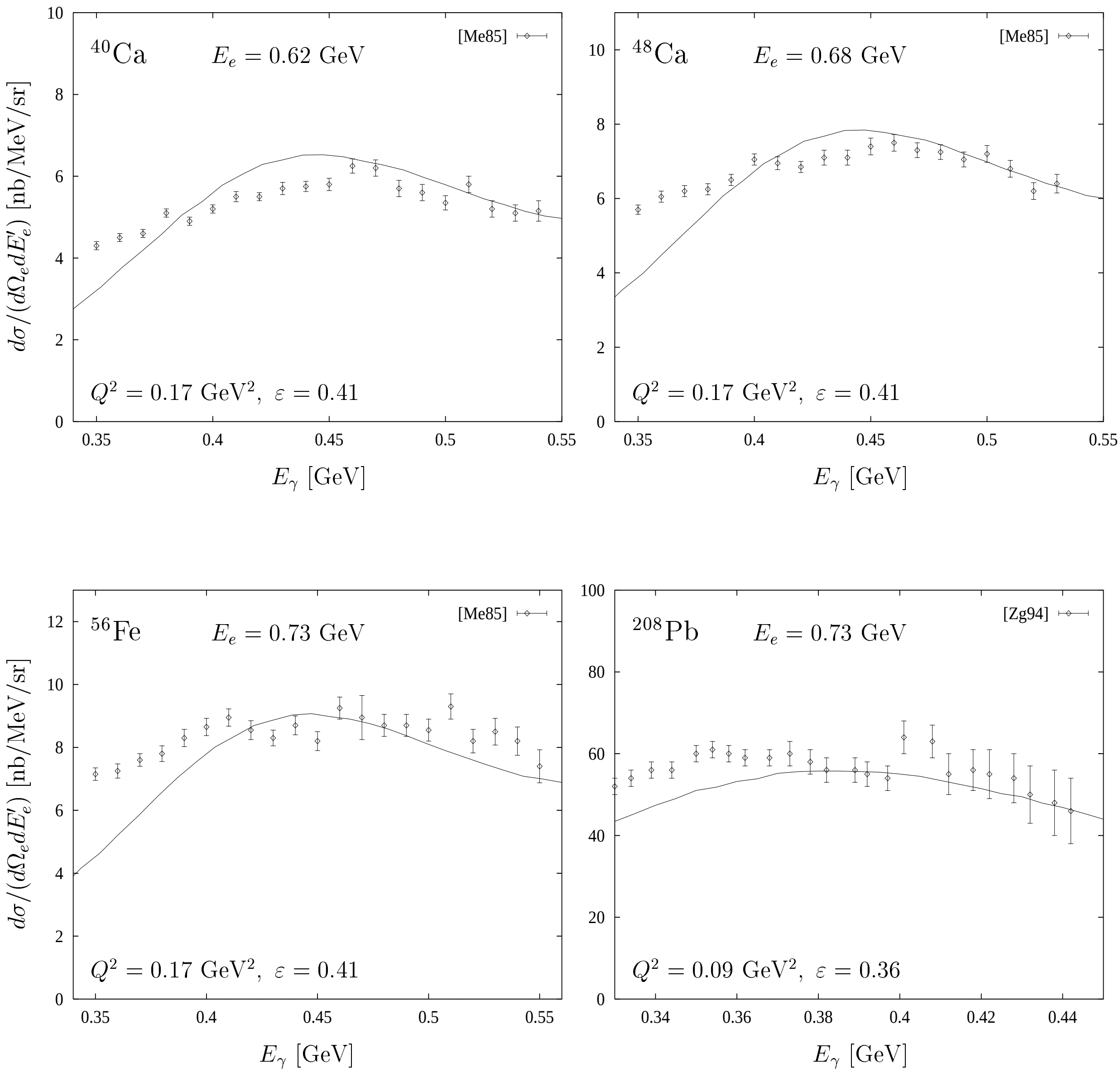


Abbildung 5.12: Totaler Wirkungsquerschnitt $eA \to e'X$ für verschiedene Kerne. Die Messungen wurden bei $\vartheta = 60°$ durchgeführt. Die angegebenen Werte von Q^2 und ε entsprechen denen am Maximum der Kurven.

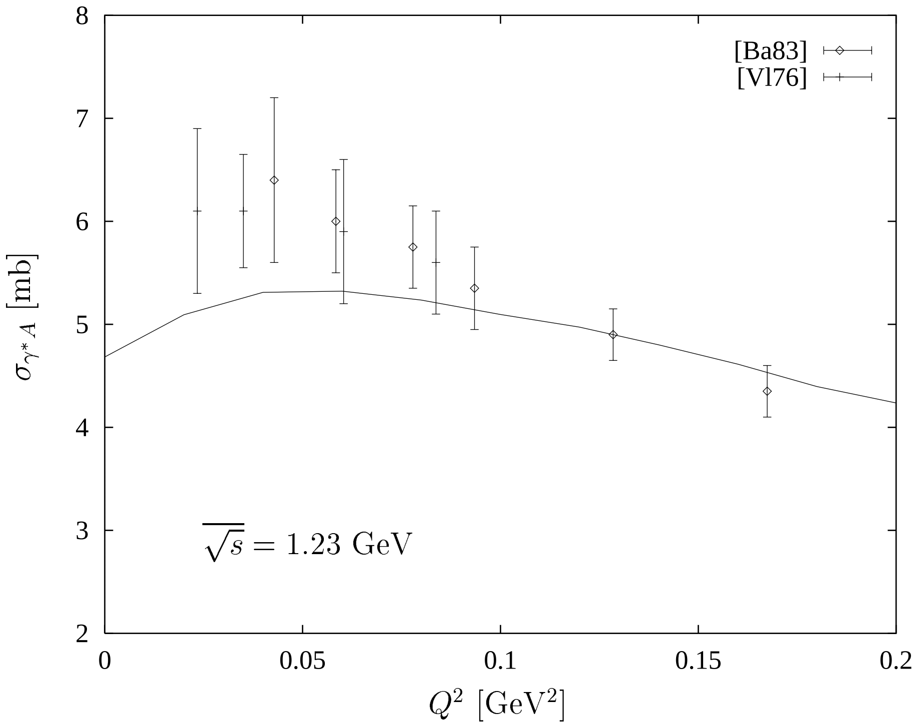


Abbildung 5.13: Q^2-Abhängigkeit des virtuellen Photoabsorptionsquerschnittes an ^{12}C

In Abbildung 5.11 vergleichen wir mit Daten für größere Q^2. Die ersten drei Datensätze für $Q^2 \approx 0.2$, 0.3 und 0.4 GeV^2 werden sehr gut durch die Rechnungen beschrieben. Bei $Q^2 \approx 0.5$ GeV^2 scheint sich jedoch eine mit Q^2 steigende Überbewertung des Wirkungsquerschnittes anzudeuten. Zunächst kann man vermuten, daß die Ursache darin liegt, daß wir für die γ^*-n-Wechselwirkung die Protonen-Formfaktoren verwenden (siehe Kapitel 4.3). Daher wurden testweise abgeänderte Neutronen-Formfaktor betrachtet, die in etwa den Untersuchungen in [Ko74] und [St98] entsprechen. Da für den resonanten Beitrag in der ersten Resonanzregion keine Änderungen gefunden wurden, wurde nur der Untergrund einer Modifikation unterzogen. Der Amplituden-Formfaktor des Ein-Pionen-Untergrundes wurde mit einem zusätzlichen Faktor

$$g(Q^2) = (1 - 0.1 \cdot Q^2)^{1/2}$$

multipliziert. Die Untergrundbeiträge spielen in diesem Energiebereich nur eine untergeordnete Rolle, so daß die Abweichung des Wirkungsquerschnittes am Kern mit dieser Modifikation nur sehr klein ist. In Abbildung 5.11 zeigen wir für den Fall $Q^2 \approx 0.5$ GeV^2 beide Kurven. Bei kleinerem Q^2 sind die Änderungen entsprechend kleiner. Da ein schnelleres Abfallen der Neutronen-Formfaktoren mit steigendem Q^2 unwahrscheinlich ist, muß die immer noch bestehende Abweichung von den Daten andere Gründe haben. Denkbar wäre z.B. ein schnelleres Abfallen des Delta-Formfaktors.

In Abbildung 5.12 vergleichen wir die Rechnungen mit Messungen an Kernen größerer Massenzahl für Q^2 im Bereich um 0.1 GeV^2. Auch hier sieht man eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Daten.
In Abbildung 5.13 wird die Q^2-Abhängigkeit des virtuellen Photoabsorptionsquerschnittes aus Gleichung (5.3) bei Energien, die jeweils dem Maximum-Bereich des Delta-Peaks entsprechen, gezeigt. Bei sehr kleinen Q^2 werden die Daten leicht unterschätzt.

In [Ef96] wurde gezeigt, daß der Photoabsorptionsquerschnitt im Bereich der Delta-Resonanz, den wir in diesem Abschnitt betrachtet haben, die Daten um etwa 10-20% unterschätzt (siehe auch Abbildung 5.5), wohingegen wir schon für kleine Photonen-Virtualitäten mitunter sehr gute Übereinstimmungen haben. Diese Tatsache mag ihren Ursprung darin haben, daß die Photonenabsorption an mehreren Nukleonen im BUU-Modell unzureichend beschrieben wird. Dagegen ist die Impulsapproximation, also die Absorption des Photons durch ein einzelnes Nukleon, im Falle der Elektroproduktion immer besser gerechtfertigt als in der Photoproduktion: In der Delta-Region beträgt die Wellenlänge reeller Photonen 0.63 fm, wohingegen sie für virtuelle Photonen mit $Q^2 = 1.0$ GeV^2 auf 0.15 fm absinkt. Absorptionsprozesse durch mehrere Nukleonen spielen in der Elektron-Kern-Reaktion eine untergeordnete Rolle.
Neben den bisher schon durchgeführten Messungen sind weitere experimentelle Untersuchungen notwendig. Dies gilt insbesondere für die höheren Resonanzregionen, um die Frage zu beantworten, ob der Wirkungsquerschnitt in diesen Energiebereichen bei größerem Q^2 - also nach Verschwinden der Resonanzstruktur oberhalb des Deltas - tatsächlich beschrieben werden kann, im Gegensatz zum Photoabsorptionsfall.

Kapitel 6

Mesonen-Produktion am Kern

In diesem Kapitel werden Ergebnisse zur Elektroproduktion von Pionen und Eta-Mesonen an Kernen vorgestellt. Eine Untersuchung bei verschiedenen Werten von Q^2 ist äquivalent zur Anregung der Resonanzen bei verschiedenen Impulsüberträgen, was in der Photoproduktion nicht möglich ist.

6.1 Grundlagen

Wirkungsquerschnitte zur Reaktion $\gamma^* A \to \pi X$ ('X' steht für alle Endzustands-Teilchen neben dem beobachteten Pion, also z.B. Nukleonen, aber auch weitere Pionen) können in ähnlicher Weise mit Hilfe der elementaren Wirkungsquerschnitte an Nukleonen hergeleitet werden wie in Kapitel 5. Der wesentliche Unterschied liegt darin, daß im Zuge der Endzustands-Wechselwirkungen produzierte Pionen oder Etas verloren gehen können, Resonanzen aufgrund von Kollisionsreaktionen keinen Beitrag zur Mesonenproduktion liefern oder z.B. ein primäres Pion durch Mehrstufenprozesse ein Eta erzeugt. Daher müssen die elementaren Wirkungsquerschnitte mit den Pionen- bzw. Eta-Multiplizitäten am Ede der Simulation gefaltet werden. Auf diese Weise ergibt sich eine zu (5.2) analoge Gleichung der Reaktion $eA \to e'\pi X$ wie folgt in abgekürzter Form:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{A}\frac{d\sigma_{eA\to e'\pi X}}{d\Omega_e dE'_e} = 4\int d^3r \int^{p_F} \frac{d^3p_N}{(2\pi)^3} \times \\
\times \Bigg[\left(\frac{Z}{A}\frac{d\sigma^{\mathrm{bg}}_{ep\to e'\pi N}}{d\Omega_e dE'_e} + \frac{N}{A}\frac{d\sigma^{\mathrm{bg}}_{en\to e'\pi N}}{d\Omega_e dE'_e} \right) M_{\pi N} + \\
+ \left(\frac{Z}{A}\frac{d\sigma^{\mathrm{bg}}_{ep\to e'\pi\pi N}}{d\Omega_e dE'_e} + \frac{N}{A}\frac{d\sigma^{\mathrm{bg}}_{en\to e'\pi\pi N}}{d\Omega_e dE'_e} \right) M_{\pi\pi N} + \\
+ \sum_{\mathrm{res}} \left(\frac{Z}{A}\frac{d\sigma_{ep\to e'\mathrm{res}}}{d\Omega_e dE'_e} + \frac{N}{A}\frac{d\sigma_{en\to e'\mathrm{res}}}{d\Omega_e dE'_e} \right) M_{\mathrm{res}} \Bigg].
\end{aligned}
\tag{6.1}
$$

Auch hier werden die In-Medium-Wirkungsquerschnitte am Nukleon, transformiert in das Ruhesystem des Kerns, verwendet. $M_{\pi N}$, $M_{\pi\pi N}$ und M_{res} sind dabei die Pionen-

Multiplizitäten, die sich aus der elementaren Produktion eines π-N-, 2π-N-Paares bzw. einer Resonanz ergeben. Es ist zu beachten, daß die Multiplizitäten aufgrund der Behandlung der Untergrundbeiträge eigentlich im Ein-Pion-Fall vom Winkel des auslaufenden π-N-Paares und im Zwei-Pionen-Fall zusätzlich von den Impulsen der auslaufenden Teilchen abhängen, so daß in Gleichung (6.1) die Verwendung entsprechender differentieller Wirkungsquerschnitte mit anschließender Integration gemeint ist. Analoge impuls- und energiedifferentielle Wirkungsquerschnitte lassen sich in ähnlicher Form angeben.

6.1.1 Numerische Realisierung

Im BUU-Modell wird Gleichung (6.1) wie folgt umgesetzt: Im Rahmen der Parallel-Ensemble-Methode wird die elementare Elektron-Nukleon-Reaktion in jedem Ensemble betrachtet. Dazu werden sowohl das Target-Nukleon, als auch die Reaktionsprodukte der γ^*-N-Wechselwirkung (πN, $\pi\pi N$, Δ, N^*) 'ausgewürfelt'; letztere mit Hilfe der entsprechenden Wirkungsquerschnitte am Nukleon. Diese Wirkungsquerschnitte stehen nun für das gesamte Ensemble. Wirkungsquerschnitte zur Pionen-Produktion am Kern kann man z.B. berechnen, indem man in den Ensembles alle Pionen, die die Simulation 'überlebt' haben, betrachtet. Gleichung (6.1) wird durch Mittelung über die entsprechenden Ensemble-Querschnitte unter Berücksichtigung der Anzahl der Pionen in den Ensembles gewonnen. Eine Mittelung über den Impuls der Nukleonen ist darin natürlich enthalten, denn die Initialisierung jedes Ensembles führt zu verschiedenen Dichten und Fermi-Impulsen.
In der Gamma-Kern-Reaktion hat es sich darüberhinaus als vorteilhaft herausgestellt, sogenannte perturbative Teilchen einzuführen [Ef99]. Die einzige Grundannahme für eine solche Behandlung ist die Konstanz der Nukleonen-Phasenraumverteilung als Funktion der Zeit.
Dabei wird die elementare Reaktion an jedem Nukleon in jedem Ensemble, also insgesamt $N \cdot A$ mal betrachtet, wobei N die Anzahl der Testteilchen pro Nukleon ist. Die dabei erzeugten perturbativen Teilchen dürfen nur mit dem System der normalen Nukleonen des Kerns wechselwirken, jedoch ohne diesem Teilchen oder Energie zu entziehen. Das bedeutet, daß die in der Reaktion eines perturbativen Teilchens mit einem normalen Nukleon erzeugten Teilchen wiederum als perturbativ gelten. Die Propagation der perturbativen Teilchen erfolgt gemäß der Hamilton'schen Bewegungsgleichungen.
Bei der Berechnung von Gleichung 6.1 mit der Verwendung perturbativer Teilchen ändert sich an der oben beschriebenen Methode nichts. Bei der Mittelung wird der Wirkungsquerschnitt derjenigen elementaren γ^*-N-Reaktion verwendet, aus der das Pion hervorgegangen ist.
Der Vorteil einer solchen Vorgehensweise ist, daß man statt den gewöhnlichen Ensemble-Wirkungsquerschnitten eine Vielzahl von Wirkungsquerschnitten pro Ensemble hat, aus denen durch Mittelung dann die Wirkungsquerschnitte am Kern am Ende der Simulation errechnet werden. Da man aber in der Summe viel mehr Reaktionen beobachtet hat, ist die statistische Genauigkeit bei gleicher Testteilchenzahl viel größer. Dies gilt insbesondere bei der Berechnung der Impulsspektren etc.

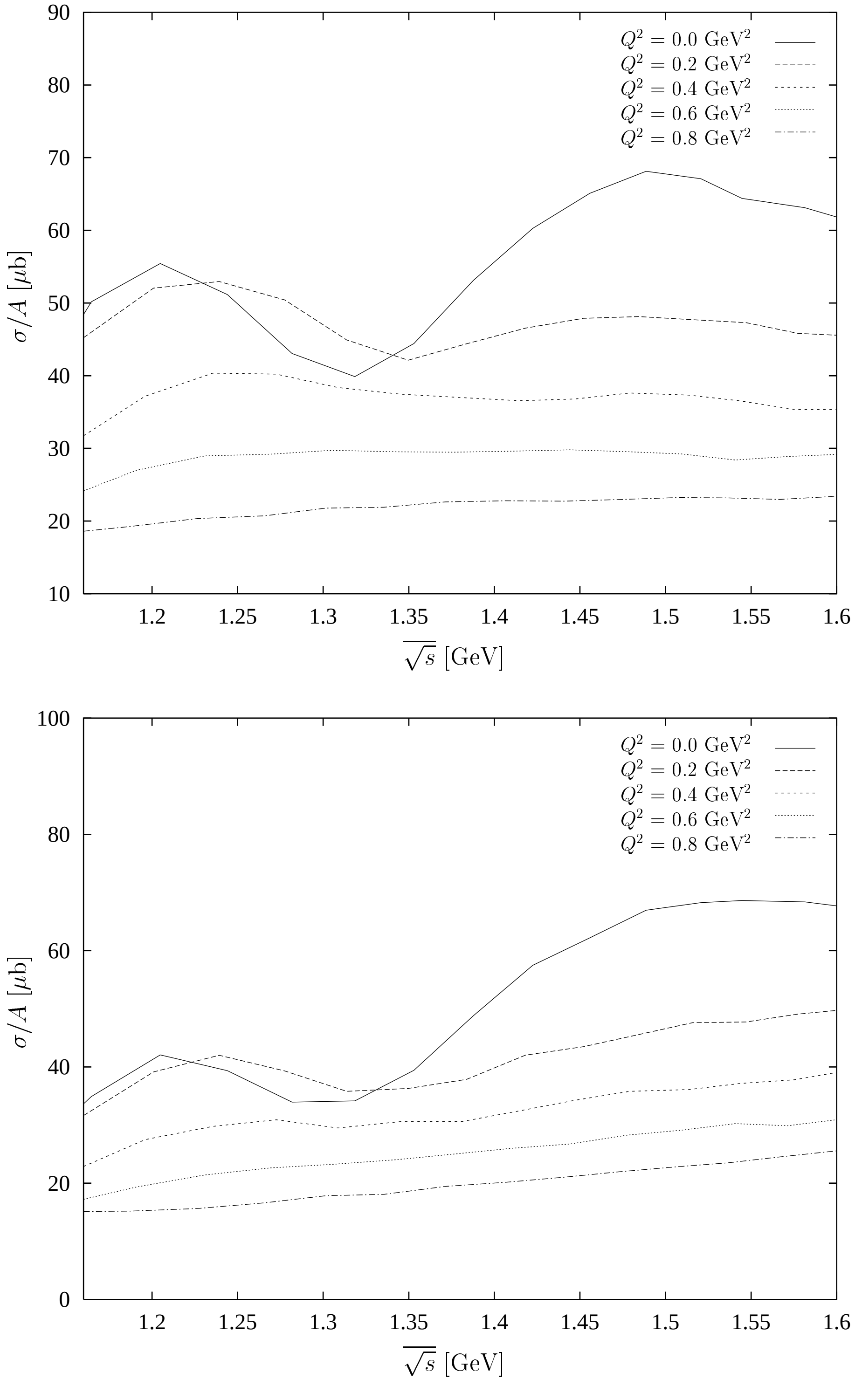


Abbildung 6.1: Totaler Wirkungsquerschnitt für verschiedene Q^2. Oben: $\gamma^* \, {}^{40}\mathrm{Ca} \to \pi^- X$. Unten: $\gamma^* \, {}^{40}\mathrm{Ca} \to \pi^+ X$.

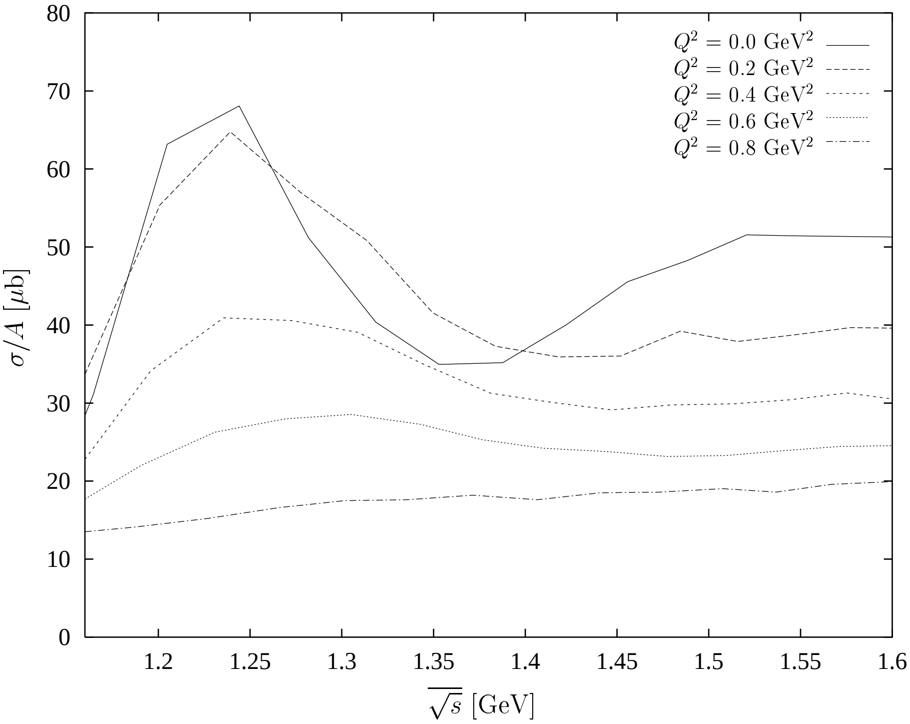


Abbildung 6.2: Totaler Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^* \, {}^{40}\mathrm{Ca} \rightarrow \pi^0 X$ für verschiedene Q^2

6.2 Pionen-Produktion

Die Betrachtung der Wirkungsquerschnitte zur Pionen-Produktion am Kern ist in vielerlei Hinsicht interessant, denn sie geben direkten Einblick in die Dynamik der Endzustands-Wechselwirkungen. Die erzeugten Pionen unterliegen einer starken Absorption durch die Nukleonen des Kerns, so daß es zur Ausbildung von Pion-Resonanz-Ketten kommt. Untersuchungen im Bereich der Delta-Resonanz geben z.B. Aufschluß über das optische Potential. Exemplarisch werden die Diskussionen an ^{40}Ca für $\varepsilon \geq 0.9$ durchgeführt.

6.2.1 Totale Wirkungsquerschnitte

Wir beschäftigen uns zuerst mit dem totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^* A \rightarrow \pi X$. In Abbildung 6.1 und 6.2 vergleichen wir die Rechnungen für verschiedene Q^2.
Bei allen Pionen erkennt man die ersten beiden (verschmierten) Resonanzregionen. Für die geladenen Pionen ergeben sich sehr ähnliche Kurvenverläufe, wohingegen beim π^0 das erste Resonanzmaximum höher, das zweite dagegen niedriger ist. Dies läßt sich durch die

elementaren Wirkungsquerschnitte am Nukleon, die in Gleichung (6.1) eingehen, erklären: Die Produktionsquerschnitte des π^0 in den beiden Kanälen $\gamma^*(p,n) \to \pi^0(p,n)$ fallen hinter der Delta-Resonanz stark ab, während diejenigen der geladenen Pionen in den einfachen Kanälen $\gamma^* p \to \pi^+ n$ bzw. $\gamma^* n \to \pi^- p$ auch in der zweiten Resonanzregion noch recht groß sind. Das Ansteigen der Querschnitte unterhalb der zweiten Resonanzregion kommt durch das Öffnen der Zwei-Pionen-Kanäle zustande.

Mit steigendem Q^2 geht wie in der Absorption die resonante Struktur schnell verloren.

Anders als im Fall des Absorptionsquerschnittes kommt es in der Mesonenproduktion nicht zur Ausprägung eines quasielastischen Peaks unterhalb der Delta-Resonanz, da die quasielastischen Prozesse energetisch unterhalb der Produktionsschwelle liegen.

In den Abbildungen 6.3 und 6.4 betrachten wir den Einfluß verschiedener In-Medium-Modifikationen auf den Wirkungsquerschnitt, gekennzeichnet mit den Buchstaben a - d:
a) Modifikationen wie Pauli-Blocking und Fermi-Verschmierung werden berücksichtigt, jedoch verwenden wir Resonanzbreiten im Vakuum. Das Delta-Potential entspricht dem der Nukleonen.
b) Die Kollisionsbreiten werden aus dem Spreading-Potential in [HK79] gewonnen:

$$\Gamma_{\text{koll}} = 80 \frac{\varrho}{\varrho_0} \text{ MeV}.$$

Für das Delta-Potential wird

$$U_\Delta(p,\varrho) = \frac{2}{3} \cdot U_N(p,\varrho)$$

verwendet.

c) Hier werden Kollisionsbreiten verwendet, die aus einer Parametrisierung der Delta-Selbstenergie in [OS87] stammen. Das Delta-Potential ist dasselbe wie in Rechnung b).

d) wie b), nur mit Verwendung eines impulsunabhängigen Potentials für die Nukleonen ('harte' Zustandsgleichung, d.h. Parametersatz 'H' aus [Te97]). Dies sollte, insbesondere bei höherem Q^2 (also steigendem Impulsübertrag), einen Einfluß auf die Resonanzmassen haben.

Im π^0-Kanal gibt es für $Q^2 = 0$ Daten, die ebenfalls in Abbildung 6.3 gezeigt werden.

Unter Berücksichtigung der In-Medium-Breiten für die Resonanzen fallen die Kurven b) und c) aller Pionen im Delta-Bereich bei allen Q^2 um etwa 30% ab. Der Vergleich mit den Daten bei $Q^2 = 0$ zeigt eine gute Übereinstimmung. Bei endlichem Q^2 kann jedoch ohne Daten keine Aussage über den Sinn einer Verwendung dieser Kollisionsbreiten gemacht werden: In [OS87] z.B. wird die Delta-Selbstenergie als Funktion der kinetischen Pionenenergie in einem beschränkten Bereich bis etwa $T_\pi \approx 450$ MeV parametrisiert. Mit steigendem Impulsübertrag wächst auch die mittlere kinetische Energie der Pionen, so daß im Bereich der Delta-Resonanz bei $Q^2 = 1.0$ GeV^2 nur etwa 75% der elementar erzeugten Pionen unterhalb dieser Schwelle liegen.

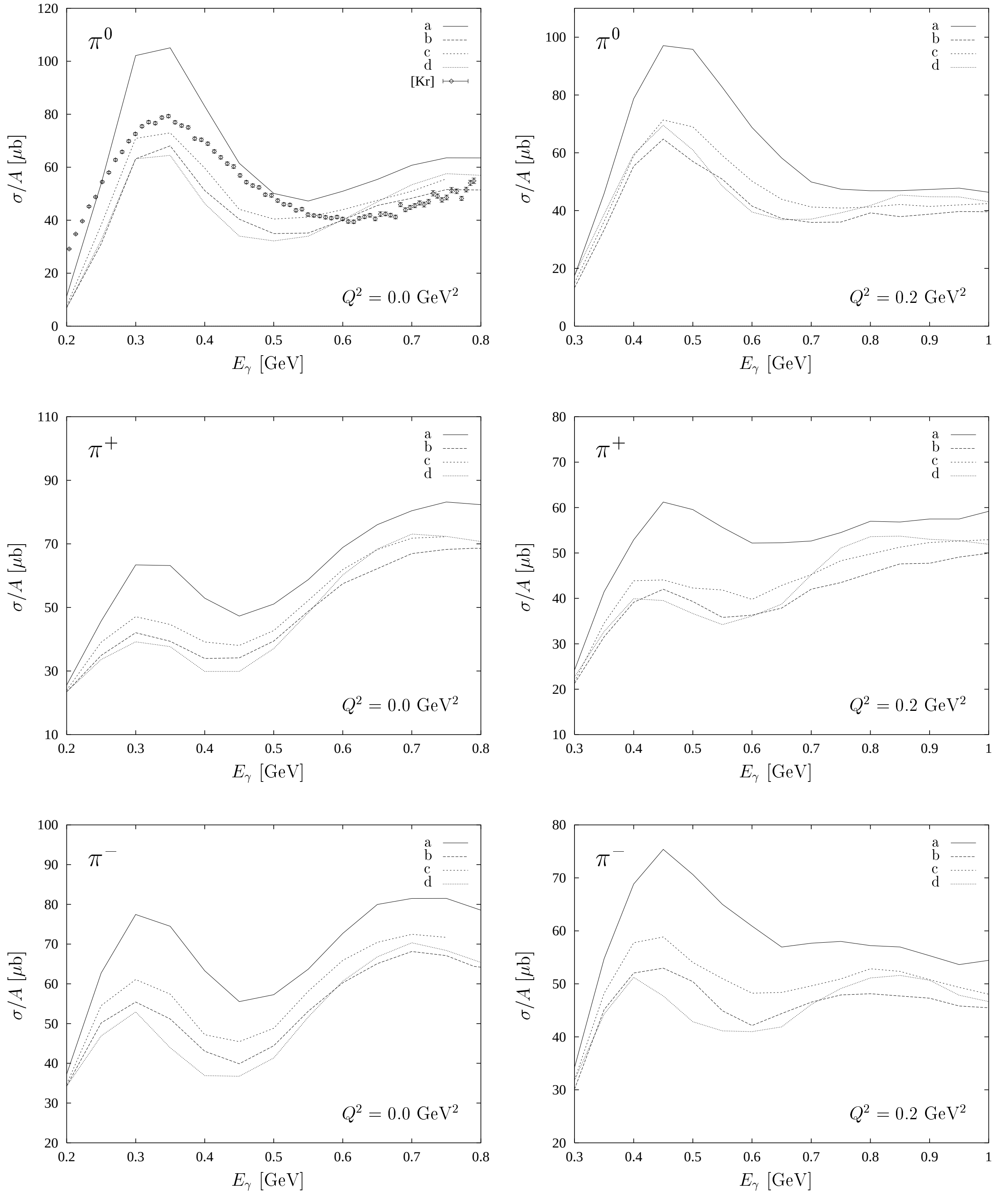


Abbildung 6.3: Einfluß der In-Medium-Modifikationen auf den totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{*40}\mathrm{Ca} \to \pi X$. Die verschiedenen Modifikationen a - d sind im Text erklärt.

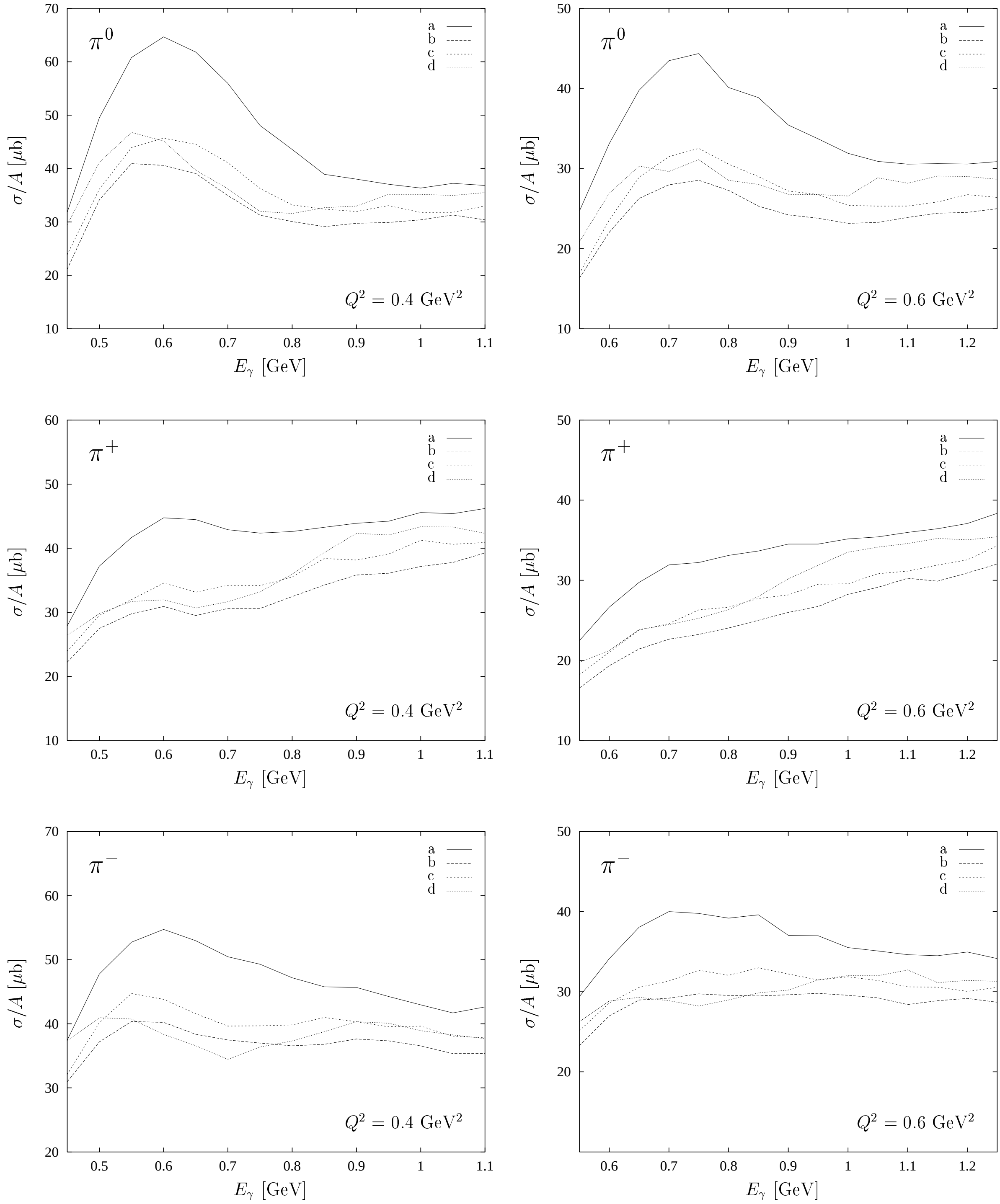


Abbildung 6.4: Einfluß der In-Medium-Modifikationen auf den totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{*}\ {}^{40}\mathrm{Ca} \to \pi X$

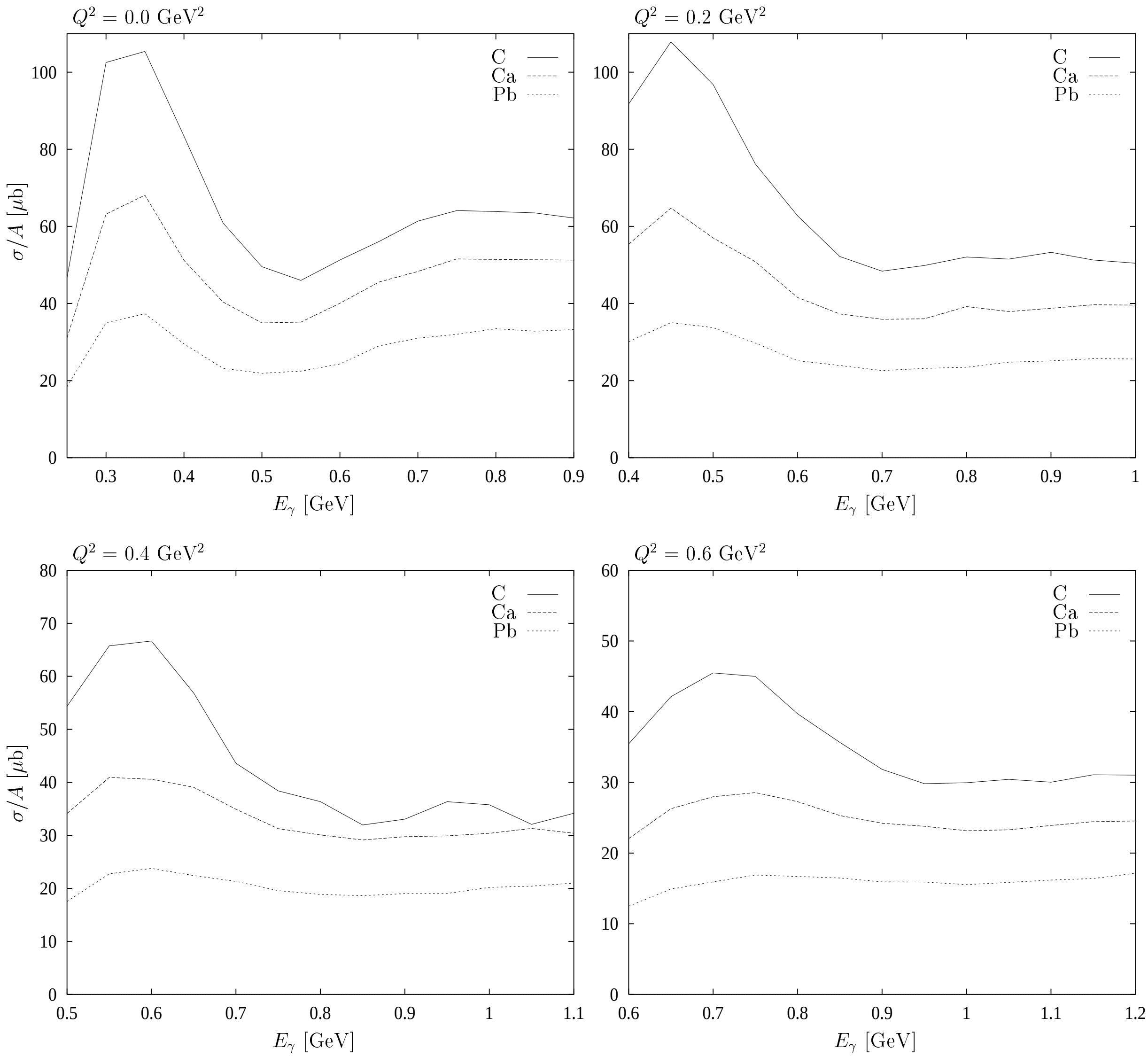


Abbildung 6.5: Abhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnittes der Reaktion $\gamma^* A \to \pi^0 X$ von der Massenzahl A

Die Verwendung des impulsunabhängigen Nukleonen-Potentials in Kurve d) führt im Vergleich zu Kurve b) zu einer leichten Verschiebung der ersten Resonanzzone zu kleinen Energien und einer globalen Anhebung des gesamten Wirkungsquerschnittes bei höherem Q^2. Da das impulsabhängige Potential mit steigendem Nukleonenimpuls größer wird als das konstante, impulsunabhängige, liegt bei d) die Resonanzmasse unterhalb der in b). Weiterhin steigt die Breite mit der Masse stark an, was die Wirkungsquerschnitte in Rech-

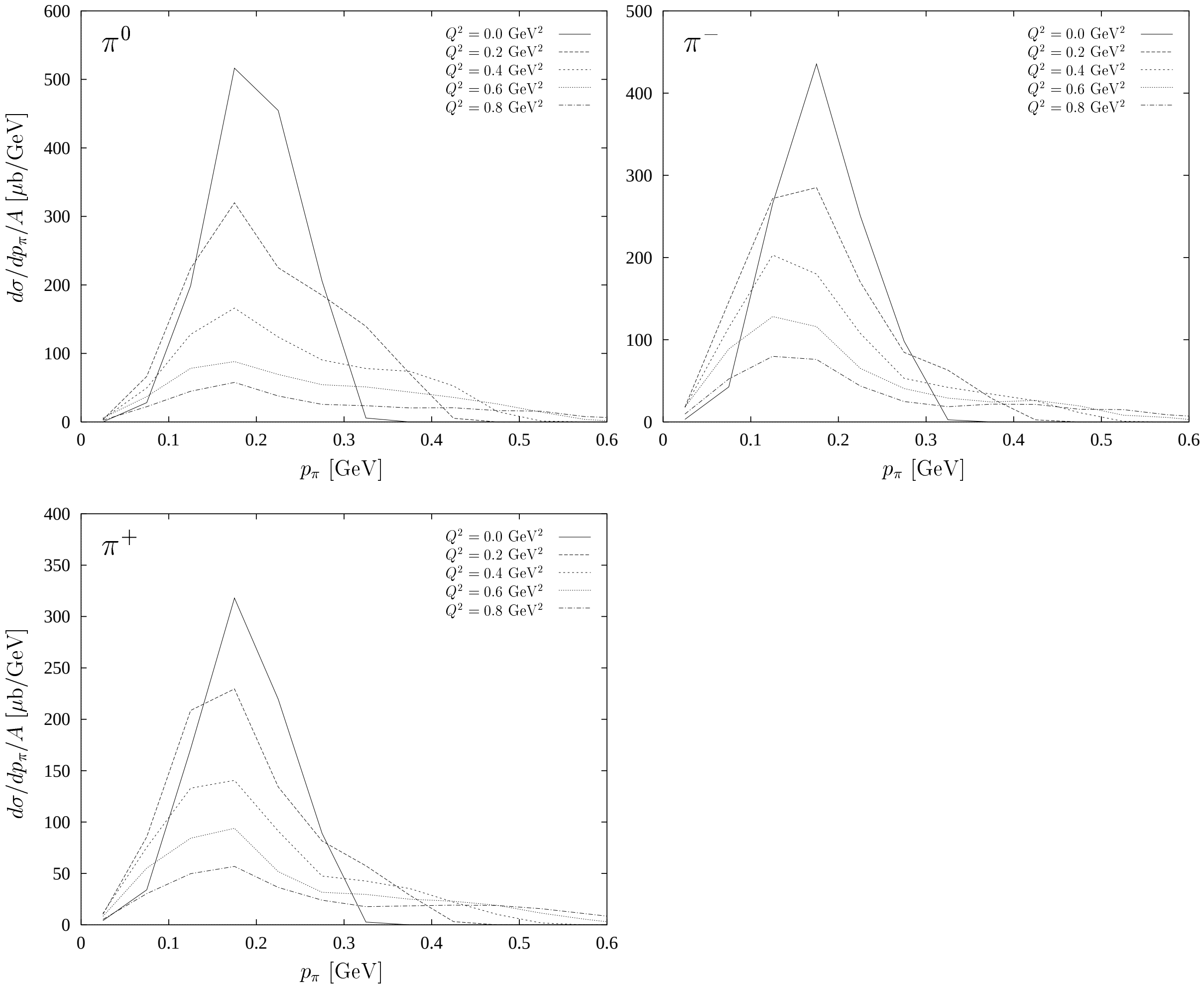


Abbildung 6.6: Impulsdifferentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{*40}\mathrm{Ca} \to \pi X$ für verschiedene Q^2 bei $\sqrt{s} = 1.23$ GeV

nung b) stärker absinken läßt.

6.2.2 Abhängigkeit von der Massenzahl

Anders als die Absorptionsquerschnitte sind die Pionen-Produktionsquerschnitte sensitiv auf die Massenzahl A. Dies ist unmittelbar verständlich, denn je größer A ist, umso mehr Pionen werden in den Endzustands-Wechselwirkungen im Kern absorbiert. In Abbildung 6.5 werden die totalen Wirkungsquerschnitte der Kerne C, Ca und Pb exemplarisch für den Kanal $\gamma^* A \to \pi^0 X$ bei $Q^2 = 0.0, 0.2, 0.4$ und 0.6 GeV^2 gezeigt. Die verwendeten In-Medium-Modifikationen entsprechen denen der Kurven b) in Abbildung 6.3.
Bei allen Q^2 erkennt man ein Absinken des Wirkungsquerschnittes mit steigender Massenzahl. Für die geladenen Pionen ergeben sich entsprechende Kurven.

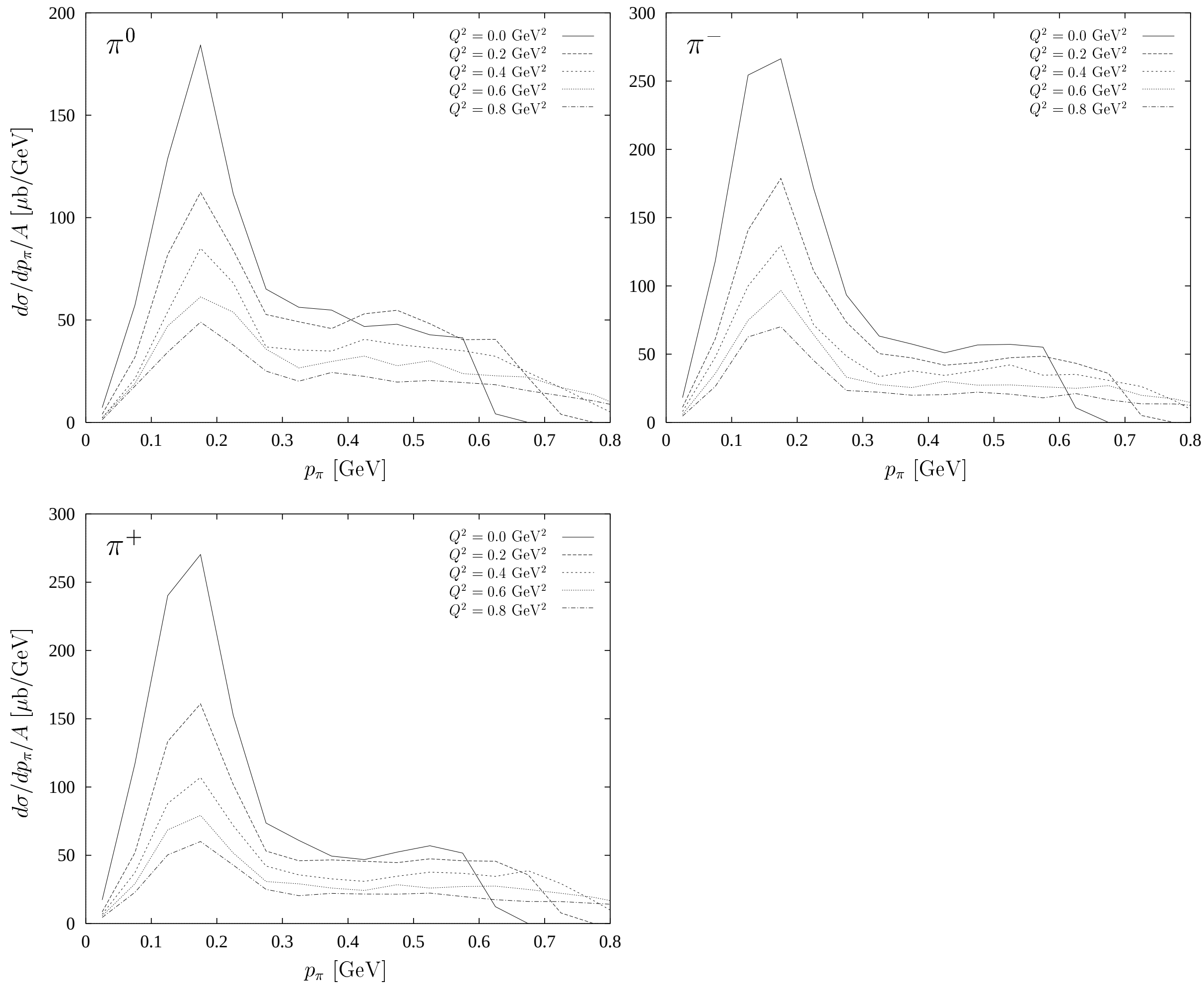


Abbildung 6.7: Impulsdifferentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{*40}\mathrm{Ca} \to \pi X$ für verschiedene Q^2 bei $\sqrt{s} = 1.44$ GeV

6.2.3 Differentielle Wirkungsquerschnitte

Überaus interessant ist die Betrachtung der impulsdifferentiellen Wirkungsquerschnitte. Das Impulsspektrum der 'überlebenden' Pionen geht direkt auf die Energieabhängigkeit der π-N-Wechselwirkung zurück.

In den Abbildungen 6.6 und 6.7 vergleichen wir die Impulsspektren der drei Pionen für verschiedene Werte von Q^2 bei $\sqrt{s} = 1.23$ GeV und 1.44 GeV. Für die Kollisionsbreiten wurde das Spreading-Potential verwendet. Bei $\sqrt{s} = 1.23$ GeV erkennt man eine etwas unterhalb von $p_\pi = 0.2$ GeV gepeakte Verteilung. Pionen mit diesem Impuls werden nur schwach von den Nukleonen absorbiert. Mit steigendem Q^2 wird die Verteilung zu höheren Impulsen hin ausgeschmiert, was durch den Impulsübertrag erklärt werden kann.

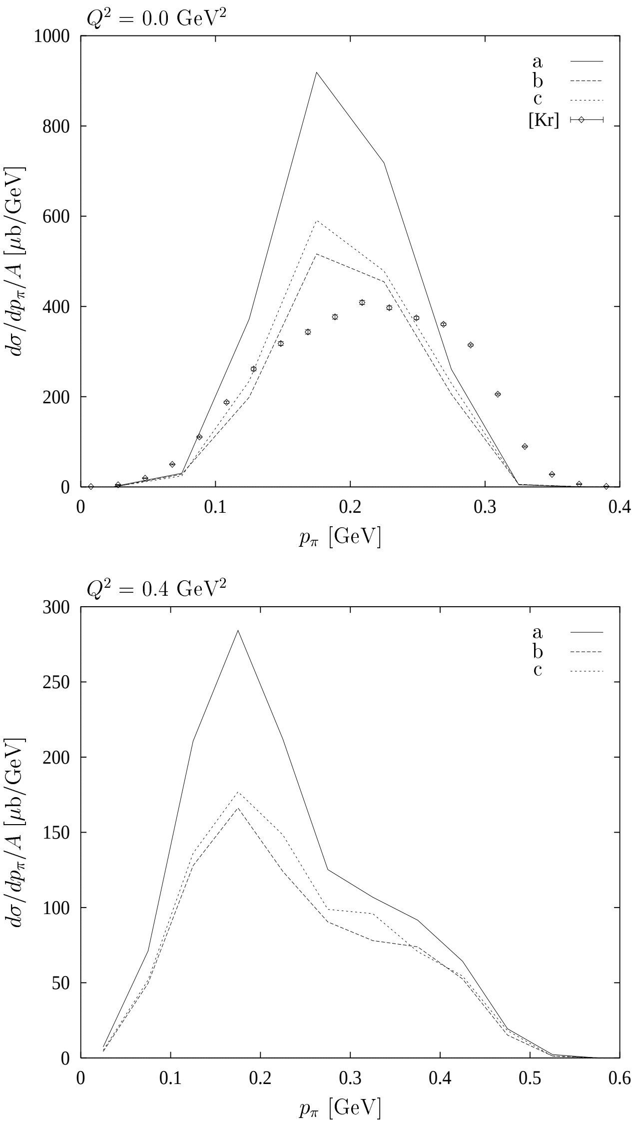


Abbildung 6.8: Einfluß der In-Medium-Modifikationen auf den impulsdifferentiellen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{*40}\mathrm{Ca} \rightarrow \pi^0 X$ bei $\sqrt{s} = 1.23$ GeV. Die Daten für $Q^2 = 0$ entsprechen demzufolge einer Photonenenergie $E_\gamma = 0.325$ GeV.

Die Verteilung wird bei $\sqrt{s} = 1.44$ GeV ausgeprägter, weil hier die Pionen aufgrund der höheren Gammaenergie von Anfang an über einen breiteren Impulsbereich verteilt sind. Die unterschiedlichen Höhen der Wirkungsquerschnitte der drei Pionen läßt sich wiederum durch die elementaren Querschnitte und die im Zuge der Endzustands-Wechselwirkungen auftretenden Ladungsaustausch-Reaktionen erklären.

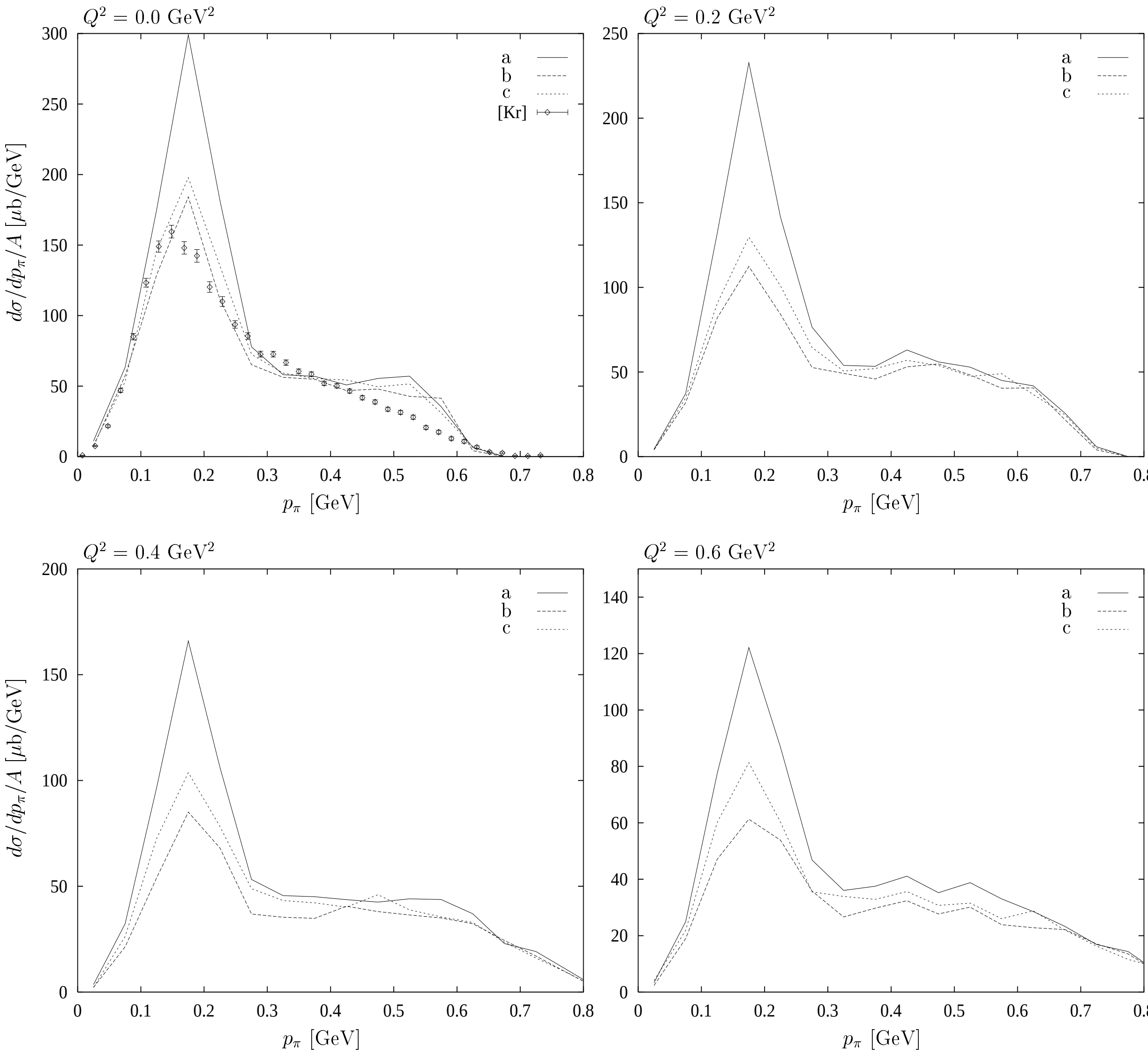


Abbildung 6.9: Einfluß der In-Medium-Modifikationen auf den impulsdifferentiellen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{*40}\mathrm{Ca} \rightarrow \pi^0 X$ bei $\sqrt{s} = 1.44$ GeV. Die Daten für $Q^2 = 0$ entsprechen $E_\gamma = 0.625$ GeV.

Bemerkenswert ist, daß der Peak des Impulsspektrums bei allen Energien und Q^2 an derselben Stelle bleibt.
In Abbildung 6.8 und 6.9 vergleichen wir die Effekte der verschiedenen In-Medium-Breiten auf den impulsdifferentiellen Querschnitt für $\sqrt{s} = 1.23$ und $\sqrt{s} = 1.44$ GeV. Dabei wurde Kurve a) wieder mit Vakuumsbreiten berechnet, b) mit Hilfe des Spreading-Potentials

und c) mit Hilfe der Delta-Selbstenergie aus [OS87]. Wir zeigen nur die Berechnungen für das π^0, zu denen es für $Q^2 = 0$ wiederum Daten gibt. Wie auch bei den totalen Querschnitten in Abbildung 6.3 zeigt sich, daß sowohl b) als auch c) den Datenverlauf relativ gut wiedergeben. Allerdings deuten die Daten auf unterschiedliche Lagen des Peaks bei verschiedenen Energien hin, was im BUU-Modell nicht beschrieben wird. Angesichts der Tatsache, daß die Rechnungen das Peak-Maximum für alle Q^2 bei konstanter Energie vorhersagen, wäre eine experimentelle Untersuchung wünschenswert.
In [Gi2] wird der impuls- und winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/(d\Omega_e dE'_e d\Omega_\pi dp_\pi)$ an ^{12}C im Bereich der Delta-Resonanz im Rahmen eines Delta-Hole-Modells für verschiedene Pionen-Winkel berechnet. Auch hier weist die Verteilung stets einen Peak bei Impulsen um 0.19 GeV auf.

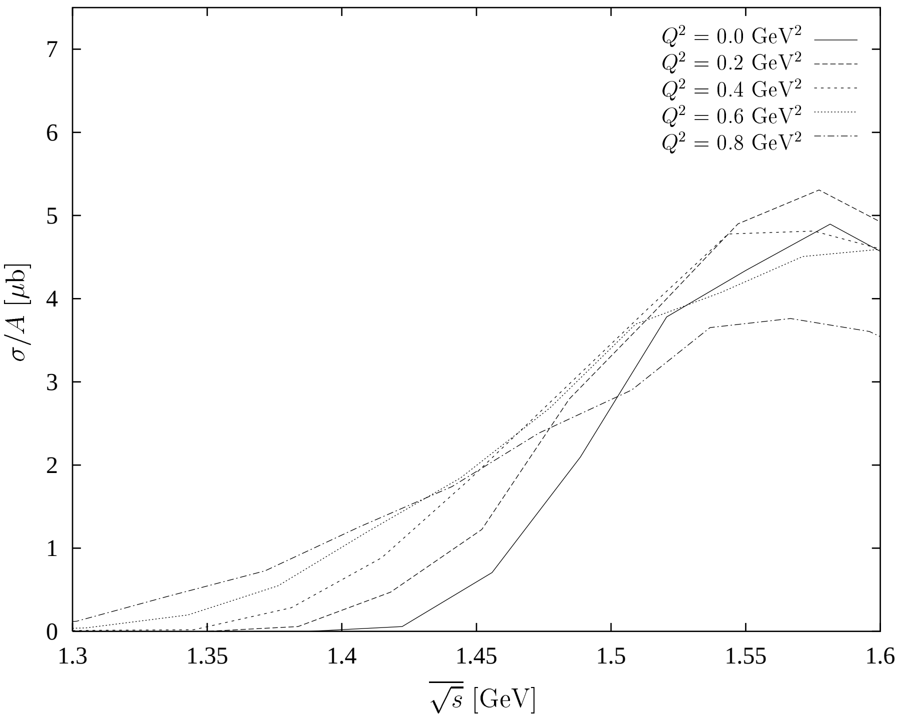


Abbildung 6.10: Totaler Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^* \, ^{40}\mathrm{Ca} \to \eta X$ für verschiedene Q^2

6.3 Eta-Produktion

In unserem Modell ist die Eta-Produktion mit der vorherigen Anregung einer $N(1535)$-Resonanz verknüpft. Die Betrachtung der Eta-Produktionsquerschnitte gibt daher nicht

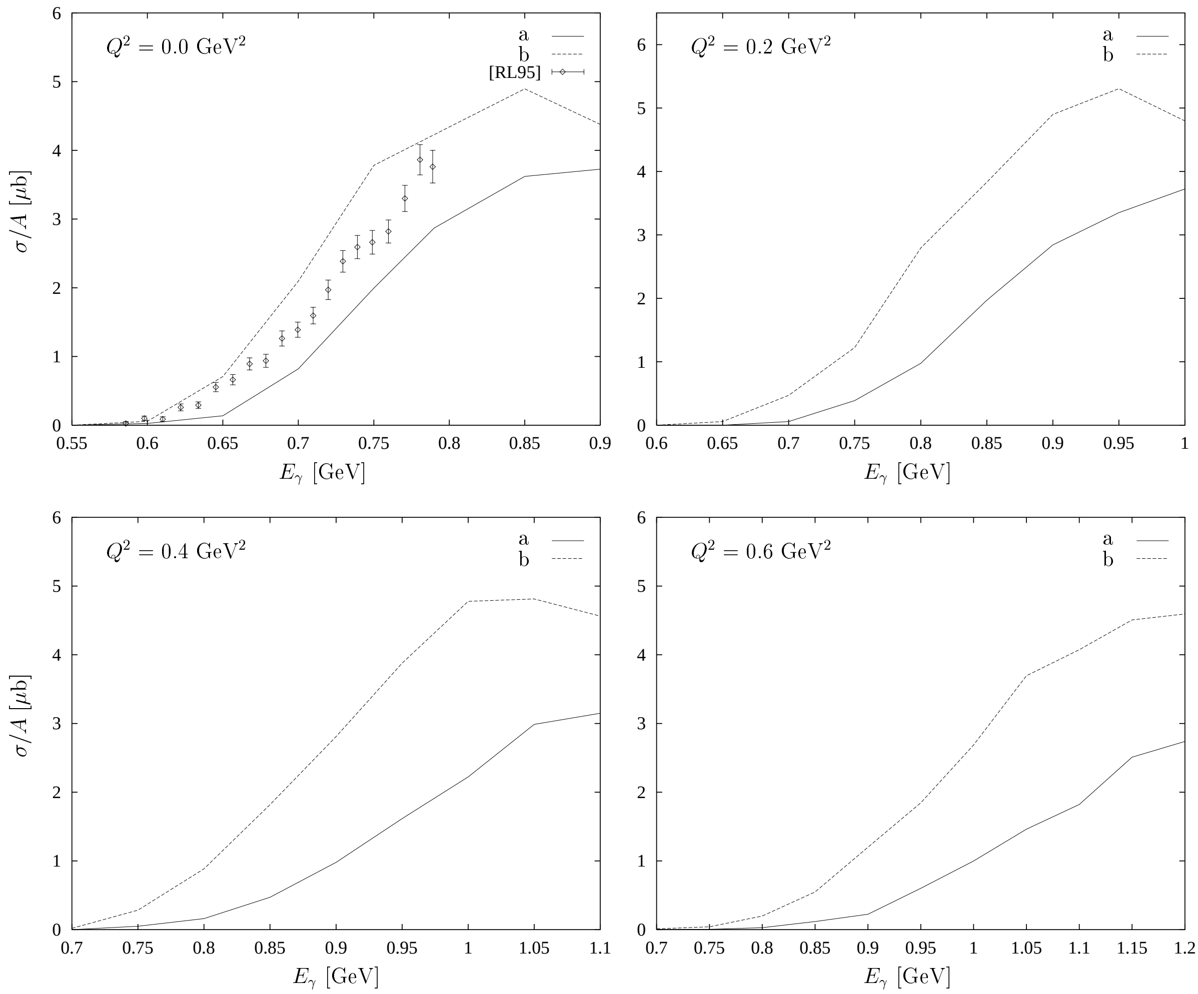


Abbildung 6.11: Totaler Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma^{*40}\mathrm{Ca} \to \eta X)$ mit verschiedenen Nukleonen-Potentialen

nur Einblicke in die η-N-Wechselwirkung, sondern auch auf das Verhalten des $N(1535)$ im Kern.

6.3.1 Totaler Wirkungsquerschnitt

In Abbildung 6.10 vergleichen wir den totalen Querschnitt der Reaktion $\gamma^{*40}\mathrm{Ca} \to \eta X$ für verschiedene Q^2. Es ergibt sich wiederum neben dem Abfallen die wohlbekannte Ausschmierung des Wirkungsquerschnittes.

Anders als in der Pionenproduktion im ersten Resonanzbereich hat die Verwendung eines impulsunabhängigen Nukleonenpotentials in diesem Energiebereich einen großen Einfluß. In Abbildung 6.11 ergibt sich Kurve a) mit impulsabhängigem Potential, Kurve b) ohne. Wie schon oben erwähnt, führt die Verwendung eines impulsabhängigen Potentials zu

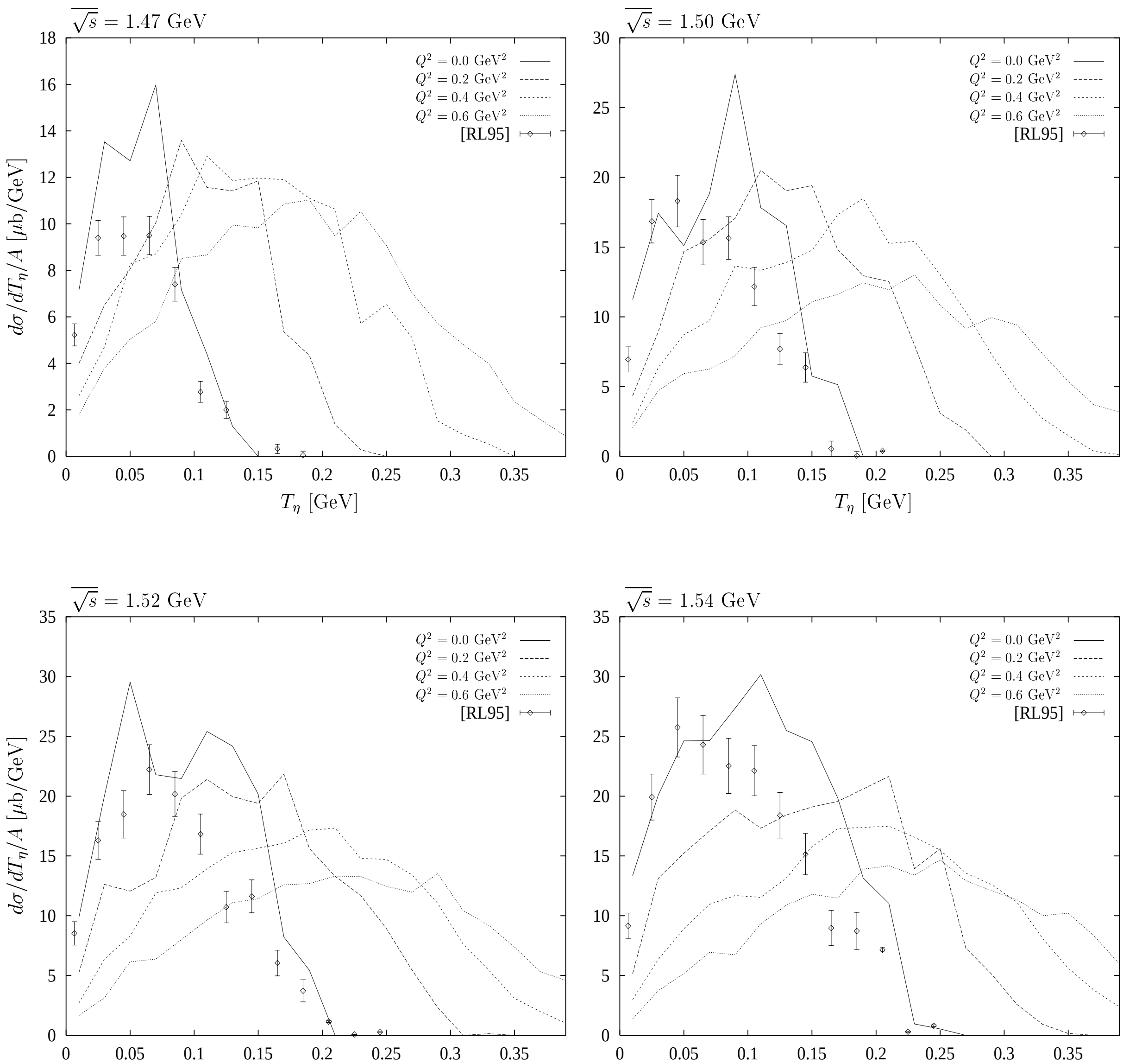


Abbildung 6.12: Energiedifferentieller Wirkungsquerschnitt der Eta-Produktion an ^{40}Ca

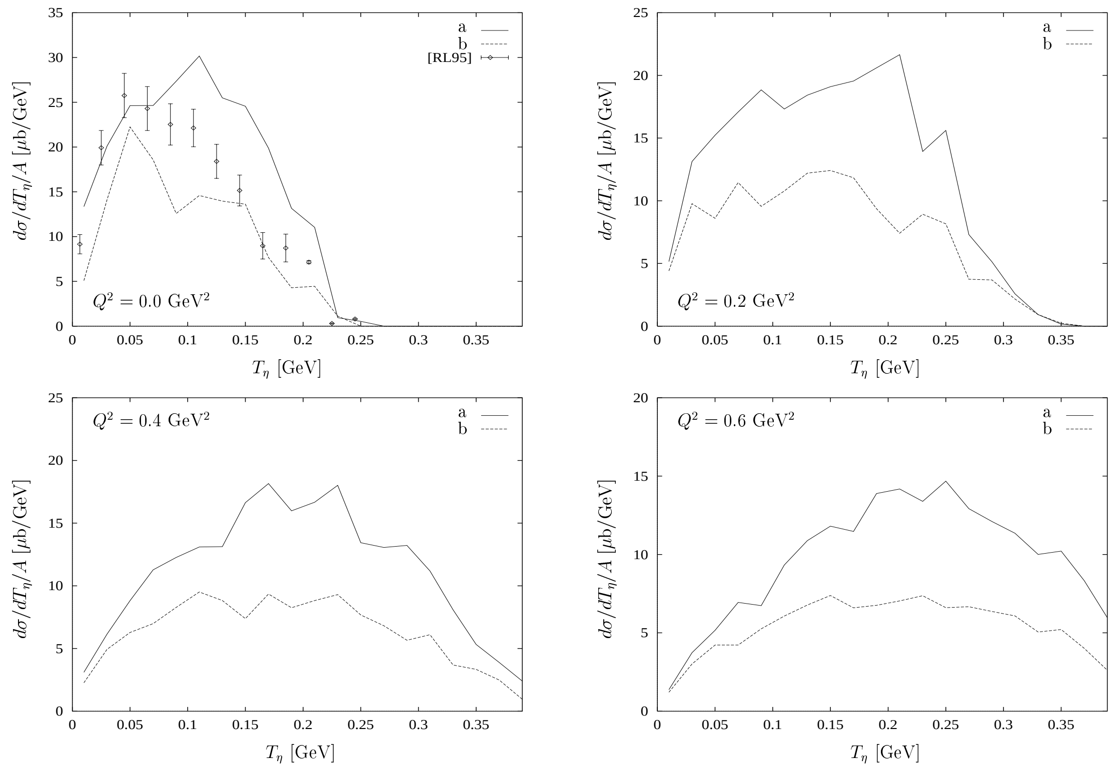


Abbildung 6.13: Einfluß verschiedener Nukleonen-Potentiale auf den energiedifferentiellen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^*\ {}^{40}\mathrm{Ca} \to \eta X$ für $\sqrt{s} = 1.54$ GeV

größeren Resonanzmassen, so daß der Wirkungsquerschnitt zu höheren $\sqrt{s}$ hin verschoben wird. Der Vergleich mit den Daten für $Q^2 = 0$ zeigt, daß das impulsunabhängige Potential eher zu einer Bescheibung in der Lage ist. Bei höheren Q^2 macht sich im Zuge der Vergößerung des Impulsübertrages eine immer stärkere Verschiebung der Kurven a) bemerkbar. Insgesamt führt die Verwendung des impulsunabhängigen Potentials zu einer leichten Überschätzung der Daten; ein Ergebnis, das auch in Rechnungen an Blei auftritt. In [Ef96] wurde der totale Querschnitt der Eta-Produktion an Kohlenstoff, Calcium und Blei berechnet. Anders als hier wurden sowohl für Calcium als auch für Blei sehr gute Übereinstimmungen mit den Daten gefunden.

6.3.2 Differentielle Wirkungsquerschnitte

Wir diskutieren nun den energiedifferentiellen Wirkungsquerschnitt. In Abbildung 6.12 wird $d\sigma/dT_\eta$ für die vier Energien $\sqrt{s} = 1.47$, 1.50, 1.52 und 1.54 GeV gezeigt. Der Vergleich der Kurven für verschiedene Q^2 zeigt eine Überraschung. Anders als in der Pionenproduktion, wo das Maximum der Verteilung für alle Energien und Impulsüberträge bei etwa $p_\pi \sim 0.18$ GeV lag, sehen wir eine massive Verschiebung des Peak-Maximums sowohl mit steigendem Q^2 als auch mit steigendem $\sqrt{s}$.

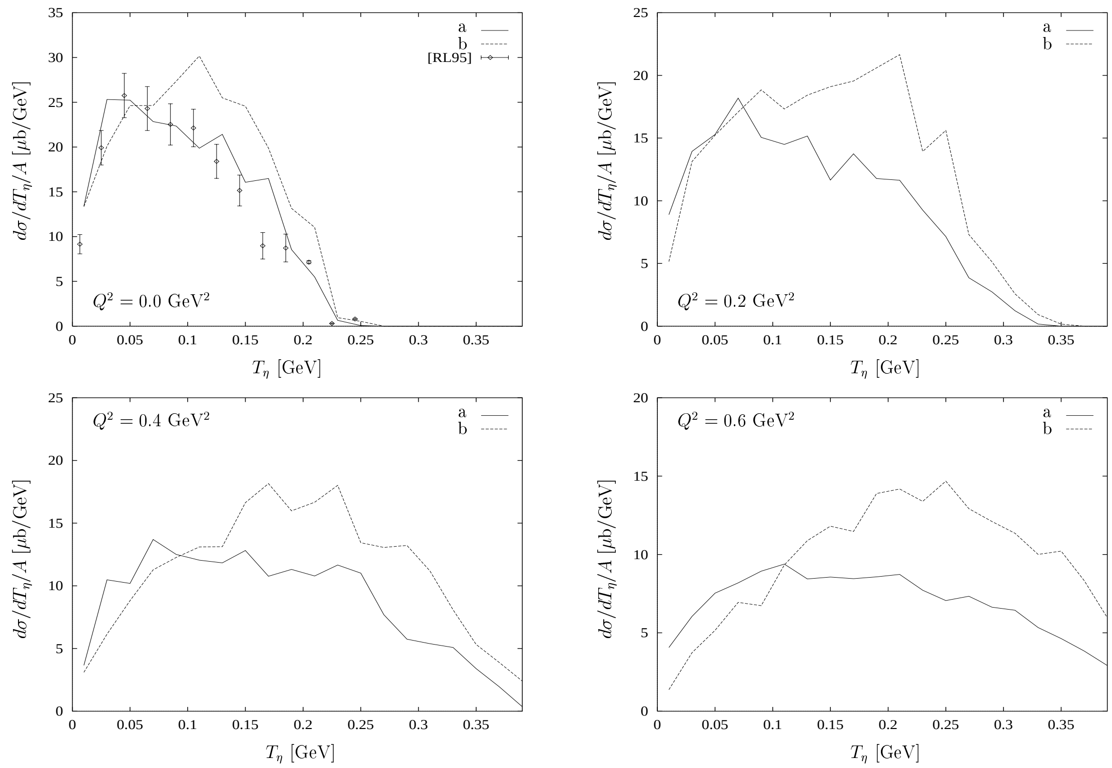


Abbildung 6.14: Energiedifferentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma^{*40}\mathrm{Ca} \to \eta X$ mit energieunabhängigen η-N-Wirkungsquerschnitten bei $\sqrt{s} = 1.54$ GeV

Es offenbart sich zudem das Problem, daß bei Verwendung des einfachen Resonanzmodells die Lage der Maxima im Vergleich zu den Daten zu höheren kinetischen Energien verschoben ist.
In Abbildung 6.13 zeigen wir nochmals den Einfluß der Impulsabhängigkeit der Nukleonen-Potentiale auf den energiedifferentiellen Wirkungsquerschnitt für $\sqrt{s} = 1.54$ GeV. Kurve a) ergibt sich ohne Impulsabhängigkeit, Kurve b) mit. Wie zu sehen ist, liegt Kurve b) bei allen Q^2 deutlich unter Kurve a). Das ist einleuchtend, weil die entsprechenden totalen Wirkungsquerschnitte zu höheren Energien verschoben, d.h. im betrachteten $\sqrt{s}$-Bereich kleiner sind.

Die in Abbildung 6.12 auftretende Problematik der verschobenen Maxima wurde in [ES97] ausführlich diskutiert. Dort wurde auch gezeigt, daß die Peaklage mit Hilfe energieunabhängiger Wirkungsquerschnitte

$$\sigma_{\eta N \to \eta N} = 20 \text{ mb}$$
$$\sigma_{\eta N \to \pi N} = 30 \text{ mb}$$

anstelle der gewöhnlichen Resonanzanregung des $N(1535)$ mit nachfolgendem Zerfall für

alle Gammaenergien beschrieben werden kann. Der Fall $\sqrt{s} = 1.54$ GeV wird in Abbildung 6.14 gezeigt. Kurve a) ergibt sich mit den energieunabhängigen Wirkungsquerschnitten, Kurve b) folgt aus der 'normalen' Rechnung.
Auch für endliche Q^2 liegt das Maximum des Spektrums im Fall a) bei niedrigeren Energien.

6.4 Energiespektren der auslaufenden Nukleon-Pion-Paare

An MAMI sollen Wirkungsquerschnitte der Reaktion $A(e, e'\pi N)$ gemessen werden. Wir untersuchen das Energieepektrum der auslaufenden Pion-Nukleon-Paare für Photonenenergien im Bereich der Delta-Resonanz an ^{40}Ca. Betrachtet man die Photon-Kern-Reaktion bei $\sqrt{s} \approx 1.23$ GeV, so ergibt sich für die Schwerpunkts-Energie $\sqrt{s}$ der in der elementaren Reaktion entstehenden Teilchen (v.a. πN und Δ) aufgrund der Fermi-Bewegung der Nukleonen eine Verteilung mit einem Peak bei $\sqrt{s}$. Untersucht man nach Ablauf der Simulation die Schwerpunktsenergie der vorhandenen π-N-Paare, so hat sich die ursprüngliche Energie aufgrund der Endzustands-Wechselwirkungen auf mehrere Freiheitsgrade verteilt, so daß sich das Maximum des Peaks zu niedrigerem $\sqrt{s}$ verschiebt.
In Abbildung 6.15 wird der energiedifferentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\sqrt{s}$ gezeigt, wobei $\sqrt{s}$ die Schwerpunktsenergie der auslaufenden Pion-Nukleonen-Paare ist. Es wurden dabei nur diejenigen Nukleonen mit einer kinetischen Energie $T_N > 30$ MeV und positivem Potential betrachtet. Dabei handelt es sich im wesentlichen um die Pion-Nukleon-Paare, die den Kern verlassen haben und experimentell nachweisbar sind.
Es ist auffällig, daß die Wirkungsquerschnitte der π^+-p- und π^--n-Paare im Vergleich zu den anderen recht klein sind. Dies sind die Kombinationen, die aufgrund der Ladungserhaltung nicht im elementaren Photon-Nukleon-Prozeß entstehen können, also weder durch Untergrund-, noch durch Resonanzproduktion.
Da es im Zuge der Endzustands-Wechselwirkungen möglich ist, daß ein am γ^*-N-Prozeß unbeteiligtes Nukleon durch eine Kollision aus dem Kern herausgestoßen wird, lohnt es sich zu überprüfen, inwieweit die Pion-Nukleon-Paare direkt mit der elementaren Photon-Nukleon-Wechselwirkung verknüpft sind. Es wurde untersucht, ob die den Kern verlassenden Nukleonen entweder aus den elementaren Reaktionen $\gamma^* N \to \Delta \to \pi N$ bzw. $\gamma^* N \to \pi N$ oder aus einer Kollisionsreaktion stammen.
In den Abbildungen 6.16 und 6.17 werden diese Beiträge zu den Energiespektren für den Fall $Q^2 = 0.4$ GeV^2 gezeigt. Zunächst erkennt man, daß in den Kanälen $\pi^0 p$ und $\pi^0 n$ die Nukleonen fast ausschließlich auf die elementare Reaktion des Photons mit dem Kern zurückgehen, die Kanäle $\pi^- p$ und $\pi^+ n$ recht stark von diesen dominiert werden. Nur ein geringer Anteil der Nukleonen kam erst danach ins Spiel und wurde 'zufällig' mit den Pionen detektiert. In den schon oben angesprochenen Kanälen $\pi^+ p$ und $\pi^- n$, die in der elementaren Reaktion nicht bevölkert werden können, tragen diese Nukleonen allerdings recht stark bei. Das ist einleuchtend, denn diese Pion-Nukleon-Kombinationen können nur

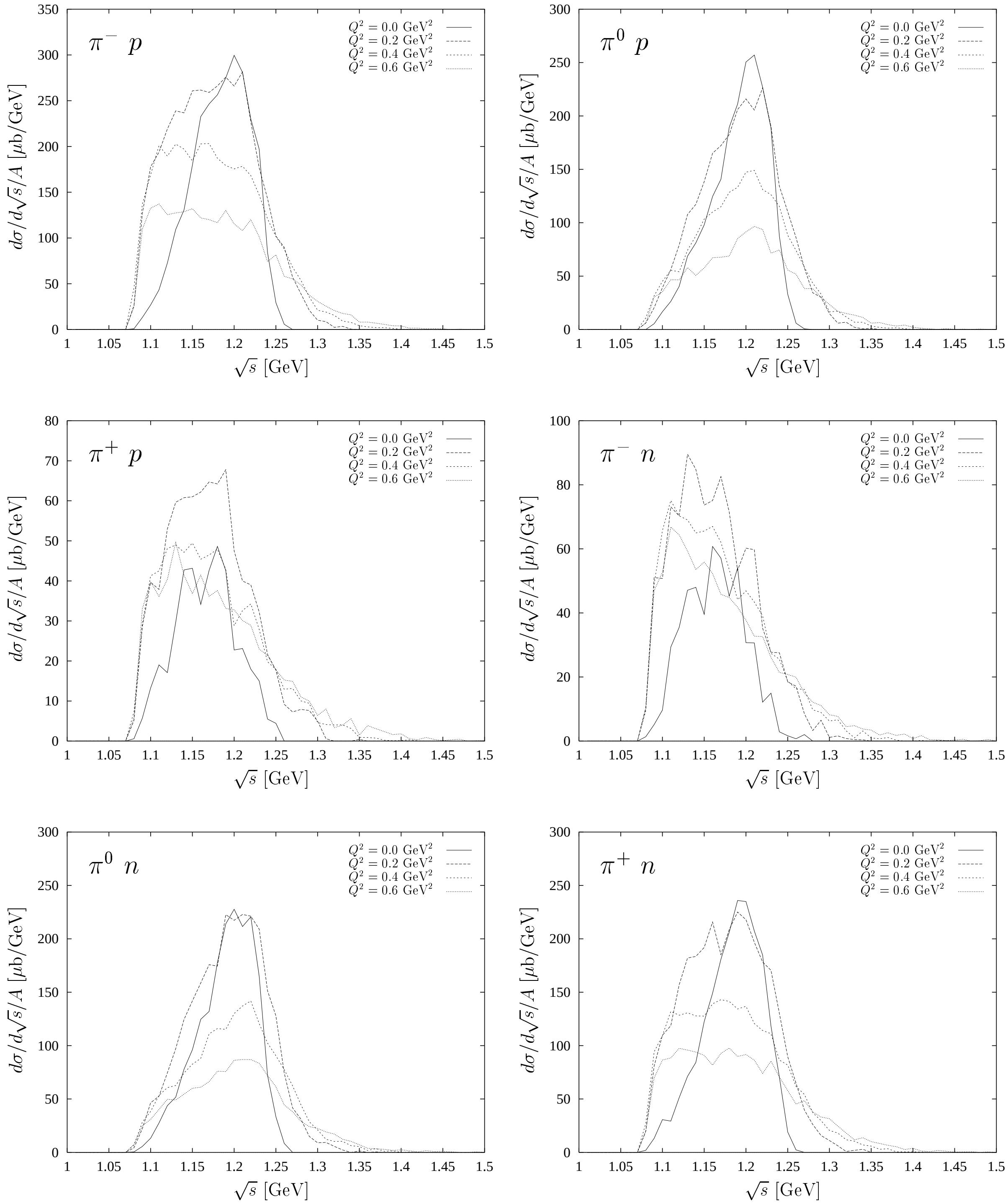


Abbildung 6.15: Energiespektren der auslaufenden Pion-Nukleon-Paare für $\overline{\sqrt{s}} = 1.23$ GeV. $\sqrt{s}$ ist die invariante Masse der Pion-Nukleon-Paare.

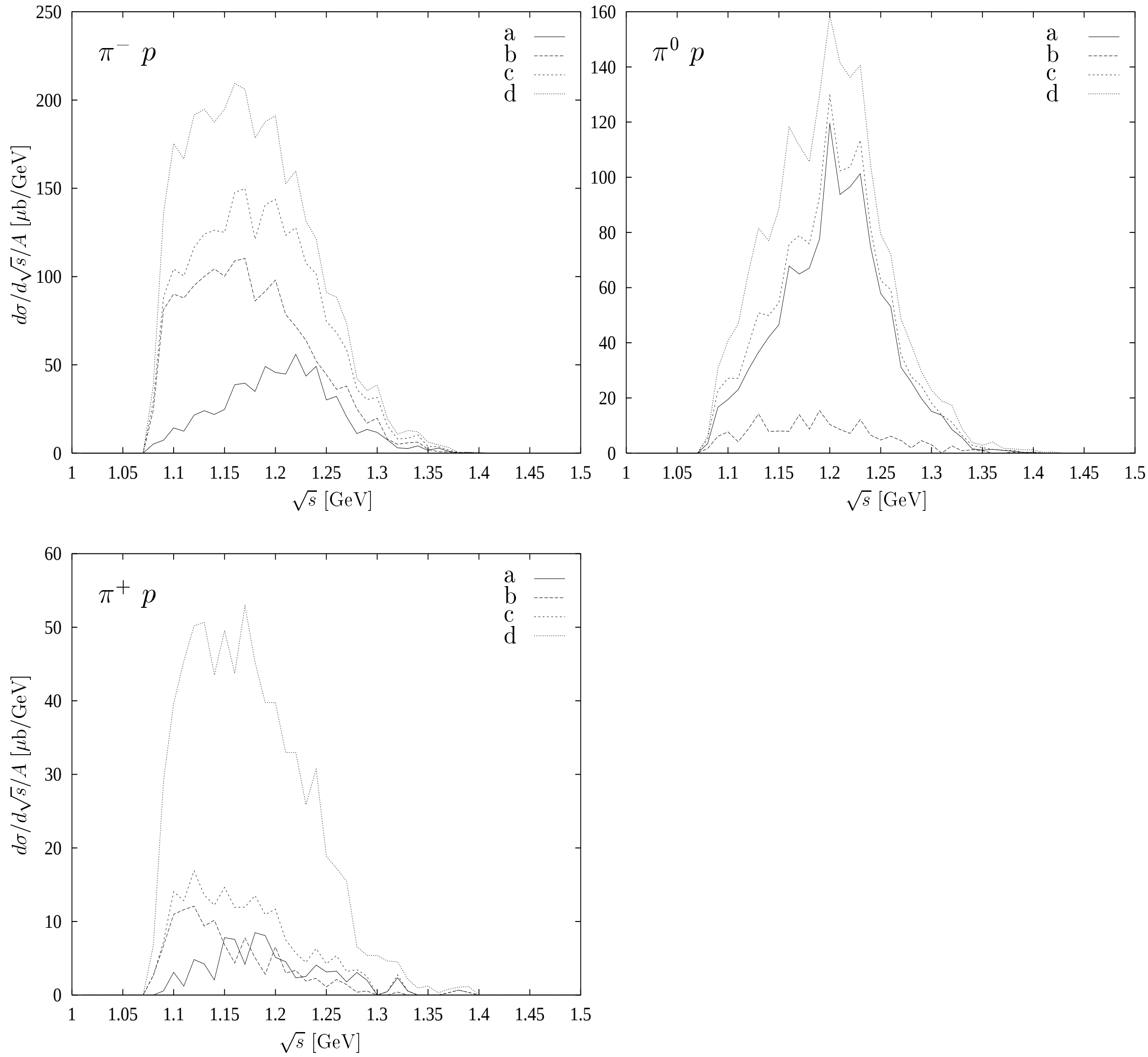


Abbildung 6.16: Beiträge der Protonen aus verschiedenen elementaren γ^*-N-Prozessen für $Q^2 = 0.4$ GeV^2: a) Protonen aus der Reaktion $\gamma^* N \to \Delta \to \pi p$, b) Protonen aus dem Untergrundprozeß $\gamma^* N \to \pi p$, c) Summe der Beiträge a) und b), d) Summe aller möglichen Beiträge.

auf 'Umwegen', also über Kollisionen und Ladungsaustauschreaktionen der Pionen erzeugt werden.
Die Kanäle mit ungeladenen Pionen werden stark durch die Nukleonen, die auf ein elementares Delta zurückgehen, bestimmt. In den Kanälen $\pi^- p$ und $\pi^+ n$ dagegen dominieren

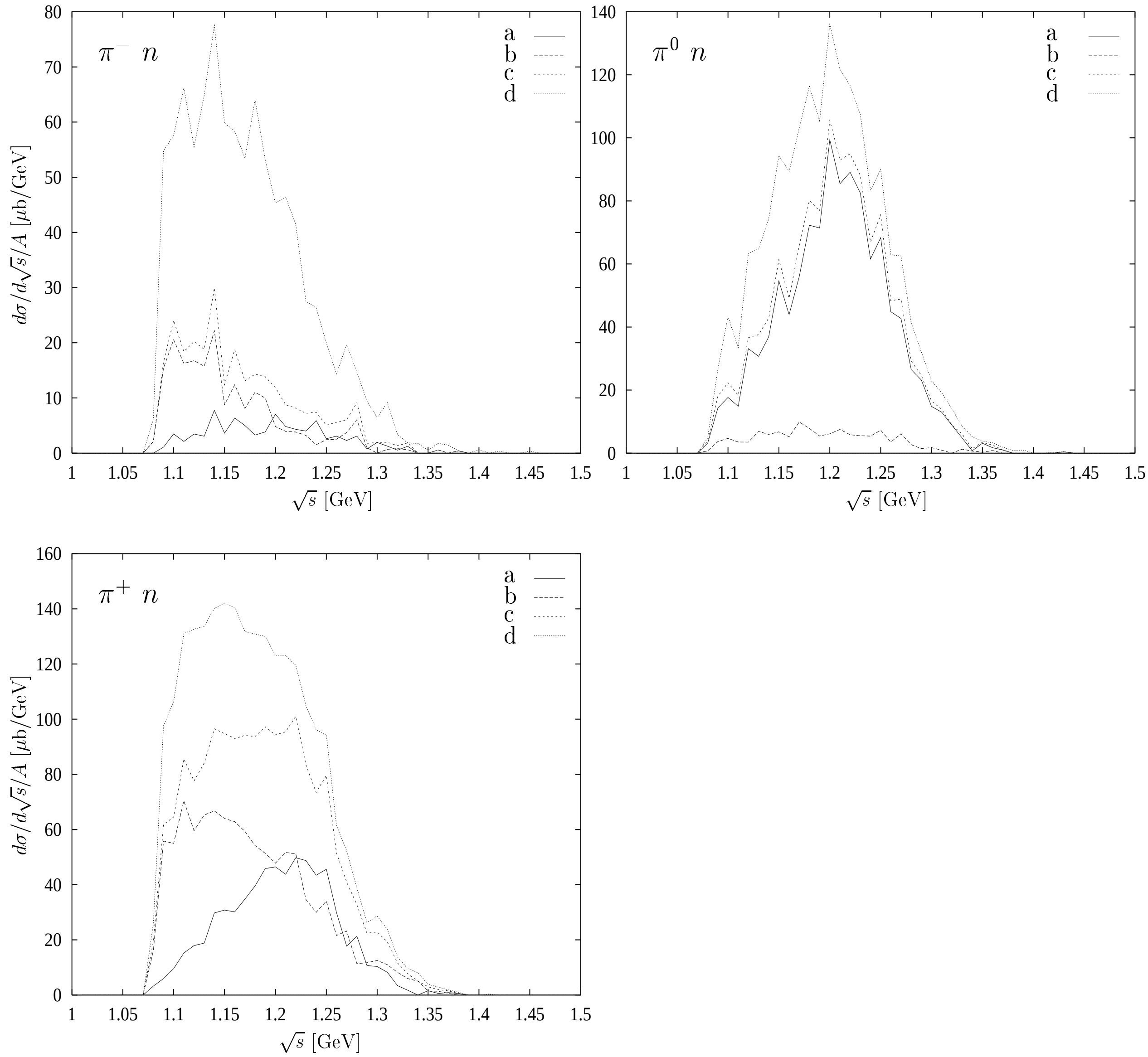


Abbildung 6.17: Beiträge der Neutronen aus verschiedenen elementaren γ^*-N-Prozessen für $Q^2 = 0.4$ GeV^2: a) Neutronen aus der Reaktion $\gamma^* N \to \Delta \to \pi n$, b) Neutronen aus dem Untergrundprozeß $\gamma^* N \to \pi n$, c) Summe der Beiträge a) und b), d) Summe aller möglichen Beiträge.

die Nukleonen, die aus elementaren Untergrundprozessen stammen. Dies kann man mit Hilfe der Wirkungsquerschnitte der Photon-Nukleon-Reaktion verstehen (siehe Anhang B), denn die Produktion ungeladener Pionen findet fast ausschließlich über Resonanzerzeugung statt, während die geladenen Pionen zu einem großen Teil aus der direkten Produktion stammen.

Ebenfalls auffällig ist, daß die Maxima der Beiträge der Nukleonen aus dem Zerfall elementarer Delta-Resonanzen ziemlich genau auf der Resonanzmasse liegen, während der Beitrag der Nukleonen aus Untergrundprozessen eher bei kleineren invarianten Massen gepeakt ist.

Mit diesen Beobachtungen läßt sich auch die unterschiedliche Peaklage in den verschiedenen Kanälen erklären: In den Kanälen mit ungeladenen Pionen zeigen die Energiespektren ein Maximum näher an der Resonanzmasse als in denen mit geladenen Pionen. Das Wandern der Peaks in den Kanälen mit geladenen Pionen mit steigendem Q^2 zu niedrigeren invarianten Massen hin, das man in Abbildung 6.15 sehen kann, geht darauf zurück, daß die Untergrundprozesse bei wachsendem Q^2 in der elementaren Photon-Nukleon-Wechselwirkung relativ zu den Resonanzprozessen an Bedeutung gewinnen. Daher wächst die Dominanz der Untergrundbeiträge in diesen Kanälen, was zu der erwähnten Verschiebung führt.

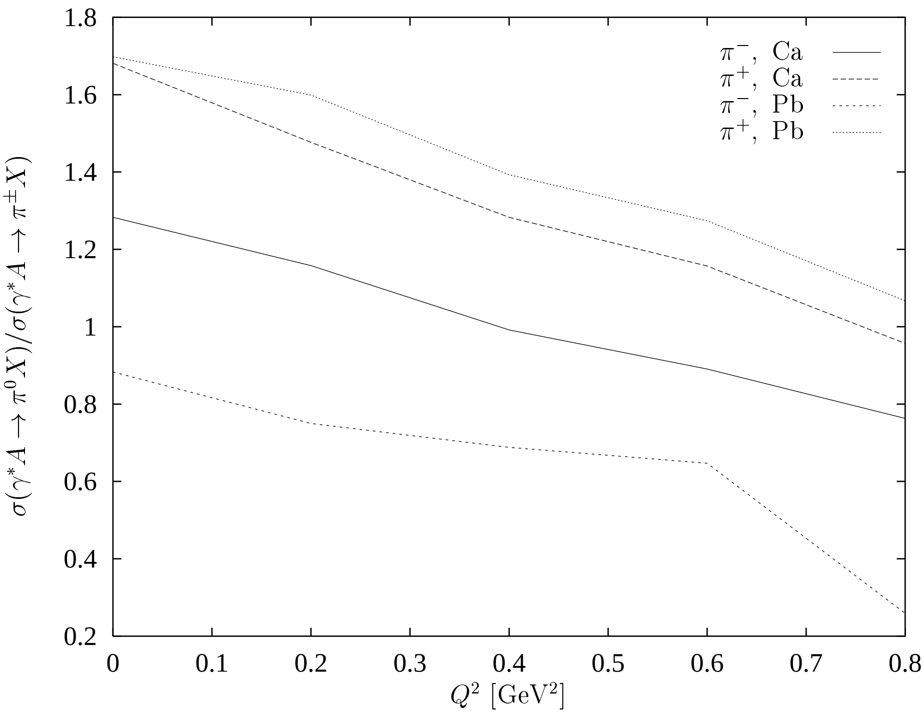


Abbildung 6.18: Verhältnis der Produktionsraten von ungeladenen und geladenen Pionen für $\sqrt{s} = 1.23$ GeV

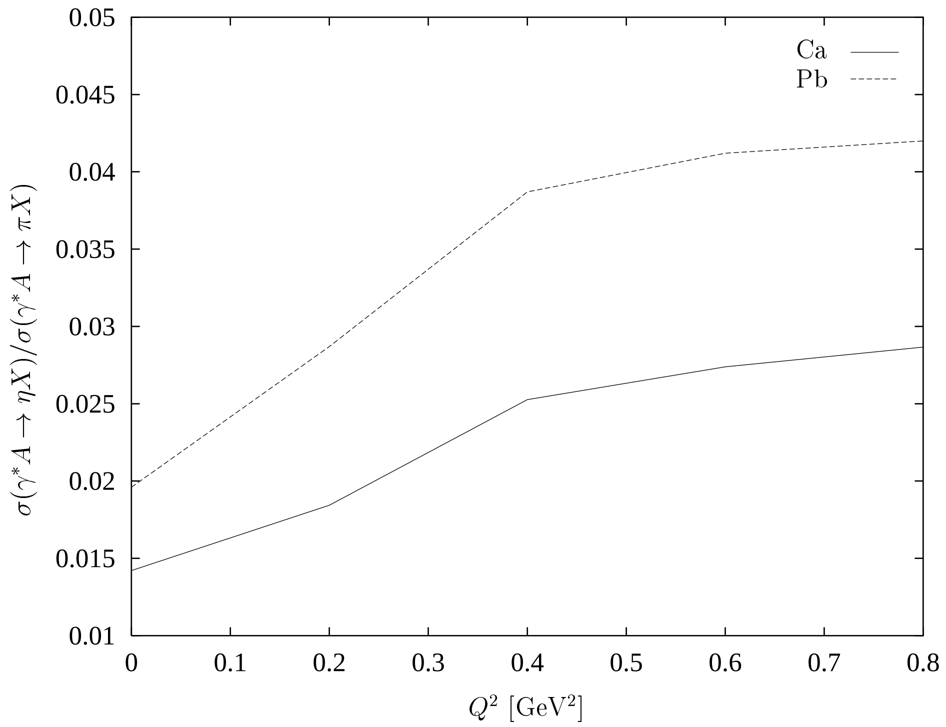


Abbildung 6.19: Verhältnis der Produktionsraten von Etas und Pionen für $\sqrt{s} = 1.53$ GeV

6.5 Vergleich der Produktionsraten für Pionen und Etas

Zum Schluß betrachten wir noch die Entwicklung der Produktionsraten der Pionen und Etas.

Der Delta-Bereich wird vollkommen durch den Ein-Pionen-Kanal dominiert und eignet sich besonders, um das Verhältnis der produzierten geladenen und ungeladenen Pionen zu untersuchen. In Abbildung 6.18 zeigt sich eine Abnahme des Verhältnisses der Wirkungsquerschnitte der π^0- und $\pi^{\pm}$-Erzeugung mit wachsendem Q^2.

Die elementaren Wirkungsquerschnitte zur Produktion geladener Pionen werden stark durch Untergrundprozesse bestimmt (siehe Abbildungen B.1, B.2 und B.3), wohingegen die elementaren π^0 fast ausschließlich über Resonanzanregung erzeugt werden. Aufgrund der unterschiedlichen Entwicklung der Formfaktoren für Resonanzen und Untergrund kommt es daher zu Änderungen im Produktionsverhältnis elementarer ungeladener und geladener Pionen.

In Anbetracht der Tatsache, daß an ^{40}Ca über die Hälfte der Pionen nach ihrer Erzeugung nicht an den Endzustands-Wechselwirkungen teilnimmt [Ef96], ist der Einfluß der Formfaktoren auf die tatsächlichen Ergebnisse am Kern nicht unerheblich. Weiterhin müssen

selbstverständlich auch die im Zuge der Endzustands-Wechselwirkungen vonstatten gehenden möglichen Ladungsaustauschreaktionen der Pionen, sowie Verluste durch Resonanzabregung in Kollisionsreaktionen berücksichtigt werden. Eine experimentelle Untersuchung könnte daher auch Aussagen darüber machen, ob die π-N-Wechselwirkungen im BUU-Modell richtig beschrieben werden.
Ebenfalls in Abbildung 6.18 werden die Pionen-Produktionsverhältnisse an ^{208}Pb gezeigt. Die Betrachtungen an Calcium und Blei unterscheiden sich darin, daß die Pionen im Falle des Bleis durch die größere Massenzahl einer stärkeren Absorption unterliegen. Dennoch zeigen die Kurven dieselbe Q^2-Abhängigkeit wie in den Rechnungen an Calcium. Auch dies ist ein Hinweis darauf, daß die Produktionsraten maßgeblich von den Formfaktoren beeinflußt werden.

In Abbildung 6.19 wird das Verhältnis der produzierten Etas und Pionen im Bereich der zweiten Resonanzregion verglichen. Man erkennt, daß sich mit steigendem Q^2 das Verhältnis zugunsten der Etas entwickelt. Die am Ende der Simulation übriggebliebenen Etas stammen fast ausschließlich aus dem elementaren Produktionsprozeß, d.h. verlassen den Kern ohne Endzustands-Wechselwirkungen [Ef96], denn nach nochmaliger Anregung eines $N(1535)$ zerfällt die Hälfte der Resonanzen in Pionen. Daher geht in den Eta-Produktionsquerschnitt am Kern ganz wesentlich der Formfaktor des $N(1535)$ ein, der nach Abbildung 4.5 im Vergleich zu den anderen Resonanzformfaktoren recht langsam mit Q^2 abnimmt. Eine Untersuchung an ^{208}Pb führt zu ähnlichen Resultaten.

Kapitel 7

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die Elektron-Kern-Wechselwirkung betrachtet. Einerseits wurde der 'Absorptions'-Wirkungsquerschnitt $eA \to e'X$ diskutiert, andererseits die Elektroproduktion von Pi- und Eta-Mesonen am Kern. Zur Simulation der Endzustands-Wechselwirkungen wurde ein BUU-Transportmodell herangezogen. Der betrachtete Energiebereich innerhalb der drei Resonanzregionen wurde bisher noch nicht untersucht.

In den Kapiteln 3 und 4 wurde gezeigt, daß sich die Elektron-Kern-Reaktion relativ einfach als Verallgemeinerung der Gamma-Kern-Reaktion, die in [Ef96] betrachtet wurde, behandeln läßt. Die Energieabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte konnte dabei vom 'reellen' Fall übernommen werden, während die Q^2-Abhängigkeit mit Hilfe der Einführung von Formfaktoren für die vier verschiedenen Resonanzen sowie für die Untergrund-Prozesse beschrieben wurde. Die Formfaktoren wurden dabei an die gemessenen totalen Wirkungsquerschnitte zur Elektroproduktion und Photokopplungs-Helizitätsamplituden angepaßt, was sich aufgrund der Datenlage als schwierig herausgestellt hat. Dabei wurde offenbar, daß sich der elementare Wirkungsquerschnitt am Proton knapp oberhalb der dritten Resonanzregion mit Hilfe der in der Gamma-Nukleon-Reaktion betrachteten Kanäle $\gamma p \to \pi N$, $\gamma p \to \eta p$ und $\gamma p \to \pi\pi N$ nicht verstehen läßt. Die Diskrepanz zwischen den so berechneten Wirkungsquerschnitten und den Daten wurde als Zwei-Pionen-Untergrund behandelt.

Bei der Diskussion der Elektron-Kern-Reaktion hat sich zunächst gezeigt, daß der mit Q^2 steigende Impulsübertrag in der elementaren γ^*-N-Reaktion die In-Medium-Modifikationen stark beeinflußt. Durch die daraus resultierende steigende Effektivität der Fermi-Verschmierung kommt es beim Absorptionsquerschnitt schon bei kleinem Q^2 zu einer völligen Ausschmierung der zweiten Resonanzregion, die in der Photoabsorption noch deutlich sichtbar ist. Das Pauli-Blocking verliert mit steigendem Q^2 völlig an Bedeutung, während die In-Medium-Breiten und die modifizierte Behandlung des Delta-Potentials deutlich an Einfluß verlieren; sie werden durch den wachsenden Impulsübertrag unterdrückt.
Der Vergleich der Berechnungen im Deltabereich oberhalb des Maximums zeigt gute Übereinstimmung mit den Daten, was auf die im Vergleich zu photonuklearen Prozessen verbesserte Gültigkeit der Impulsapproximation, also der ausschließlichen Absorption des Photons durch ein einzelnes Nukleon, zurückzuführen sein dürfte.

Die Untersuchung der Pionen- und Eta-Elektroproduktion an Kernen wurde exemplarisch an ^{40}Ca durchgeführt. Daten bei endlichem Q^2 existieren bisher nicht. Die Rechnungen zeigen wie bei den Absorptionsquerschnitten eine steigende Verschmierung der resonanten Bereiche. Der impulsdifferentielle Pionen-Produktionsquerschnitt zeigt Q^2-unabhängig einen Peak bei $p_\pi \approx 0.18$ GeV, was auf entsprechende Eigenschaften der Delta-Pion-Wechselwirkung schließen läßt.
In der Eta-Produktion dagegen beobachtet man mit steigendem Q^2 eine Verschiebung sowohl im Impuls- als auch im Energiespektrum. Eine experimentelle Untersuchung dieses Verhaltens könnte Aufschlüsse über die Eigenschaften des $N(1535)$ in Kernmaterie erbringen.

Die Untersuchung der Entwicklung der Pionen- und Eta-Produktionsraten hat gezeigt, daß im Bereich der Delta-Resonanz die ungeladenen Pionen im Verhältnis zu den geladenen bei steigendem Q^2 weniger häufig produziert werden. Im Bereich der zweiten Resonanzregion kommt es zu einer gesteigerten Eta-Produktion im Vergleich zur Pionen-Produktion. Beide Effekte lassen sich zum Teil durch die unterschiedliche Q^2-Abhängigkeit der Formfaktoren erklären.

Abschließend sei nochmals auf die Dringlichkeit neuer Messungen hingewiesen. Dies gilt sowohl für die elementaren Wirkungsquerschnitte am Nukleon als auch für die Absorptionsquerschnitte und Mesonen-Produktionsquerschnitte am Kern. Im letzteren Fall können bisher nur theoretische Vorhersagen gemacht werden, Aussagen über die Gültigkeit der verwendeten In-Medium-Effekte sind im Rahmen der Elektroproduktion bislang nicht möglich.

Anhang A

σ_T und σ_L im Limes $Q^2 = 0$

In Kapitel 3 wird behauptet, daß

$$\lim_{Q^2 \to 0} \sigma_T(\gamma^* N \to X) = \sigma(\gamma N \to X), \tag{A.1}$$

$$\lim_{Q^2 \to 0} \sigma_L(\gamma^* N \to X) = 0. \tag{A.2}$$

Diese Behauptung soll nun verifiziert werden (vgl. [HM84]).
Für reelle Photonen geht Gleichung (3.2) über in

$$d\sigma = \frac{1}{2k 2m_N} d\Phi_n |\mathcal{M}_{\mathrm{fi}}|^2,$$

wobei k die Photonenenergie ist. Mit der Definition von $W_{\mu\nu}$ aus Gleichung (3.6) folgt daher für ein Photon der Polarisation λ:

$$\sigma^\lambda = \frac{4\pi^2 \alpha}{k} {\varepsilon_\mu}^{\lambda *} \varepsilon_\nu^\lambda W^{\mu\nu},$$

mit den Polarisationsvektoren ε_μ^λ.
Die Lorentz-Eichung impliziert $\varepsilon_\mu q^\mu = 0$. Deshalb gilt für die Kontraktion des Polarisationstensors mit dem hadronischen Tensor aus Gleichung (3.7) im Ruhesystem des Nukleons:

$$\varepsilon_\mu^{*\,\lambda=\pm 1} \varepsilon_\nu^{\lambda=\pm 1} W^{\mu\nu} = -\varepsilon_\mu^{*\,\lambda=\pm 1} \varepsilon_\nu^{\lambda=\pm 1} g^{\mu\nu} W_1 = W_1.$$

Für den Wirkungsquerschnitt eines reellen Photons erhalten wir

$$\sigma(\gamma N \to X) = \frac{1}{2}(\sigma^{\lambda=+1} + \sigma^{\lambda=-1}) = \frac{4\pi^2 \alpha}{k} W_1(E_\gamma, Q^2 = 0).$$

Aufgrund der Definition der äquivalenten Photonenenergie aus Gleichung (3.9) ist selbstverständlich

$$\lim_{Q^2 \to 0} k_\gamma = k,$$

und es folgt die Behauptung (A.1).

Der hadronische Tensor $W_{\mu\nu}$ darf für $Q^2 \to 0$ nicht singulär sein. Die Parametrisierung aus Gleichung (3.7) enthält künstliche Pole. Um den Pol führender Ordnung

$$\frac{W_1}{q^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_2}{m_N^2} \frac{(p_N q)^2}{q^4} q^\mu q^\nu$$

zu beseitigen, muß daher gefordert werden, daß

$$\lim_{q^2 \to 0} \left(W_1 q^2 + \frac{W_2}{m_n^2} (p_N q)^2 \right) = 0$$

ist. Demzufolge gilt im Ruhesystem des Nukleons

$$W_2 \to \frac{W_1}{E_\gamma^2} Q^2.$$

Daher verschwindet W_2 im Grenzübergang, solange W_1 einem endlichen Wert entgegenstrebt. Wir finden also

$$\sigma_L \to \mathrm{const} \cdot \left[\left(1 + \frac{E_\gamma^2}{Q^2} \right) W_1 \frac{Q^2}{E_\gamma^2} - W_1 \right] = \mathrm{const} \cdot \frac{Q^2}{E_\gamma^2} W_1 \to 0 \qquad (Q^2 \to 0),$$

und Behauptung (A.2) ist bewiesen.

Anhang B

Weitere Wirkungsquerschnitte

In diesem Anhang befinden sich Abbildungen zu weiteren Wirkungsquerschnitten am Nukleon, die bisher noch nicht gezeigt wurden, aber für einige Diskussionen wichtig sind. Exemplarisch werden die Fälle $Q^2 = 0.0$, 0.4 und 0.8 GeV^2 für $\varepsilon \geq 0.9$ gezeigt.
In den Abbildungen B.1, B.2 und B.3 werden die Wirkungsquerschnitte am Nukleon für die Ein-Pionen-Kanäle gezeigt, sowie die Beiträge, aus denen sie sich zusammensetzen. Die verschiedenen Resonanz- und Untergrund-Beiträge ergeben sich aus den entsprechenden Resonanz- und Untergrund-Helizitätsamplituden ohne Interferenzen (siehe Kapitel 3). Insbesondere in der Delta-Region sieht man deutlich, wie unerläßlich die kohärente Aufsummierung der Resonanz- und Untergrund-Beiträge ist.

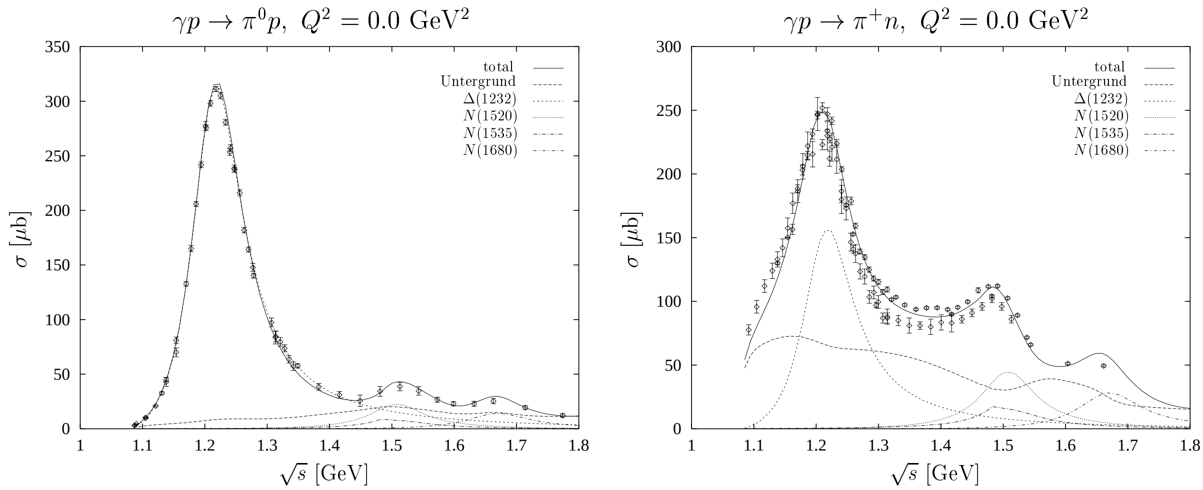


Abbildung B.1: Verschiedene Kanäle des $(\gamma^* p \to \pi N)$-Wirkungsquerschnittes für $Q^2 = 0$. Die Daten sind aus [MP77].

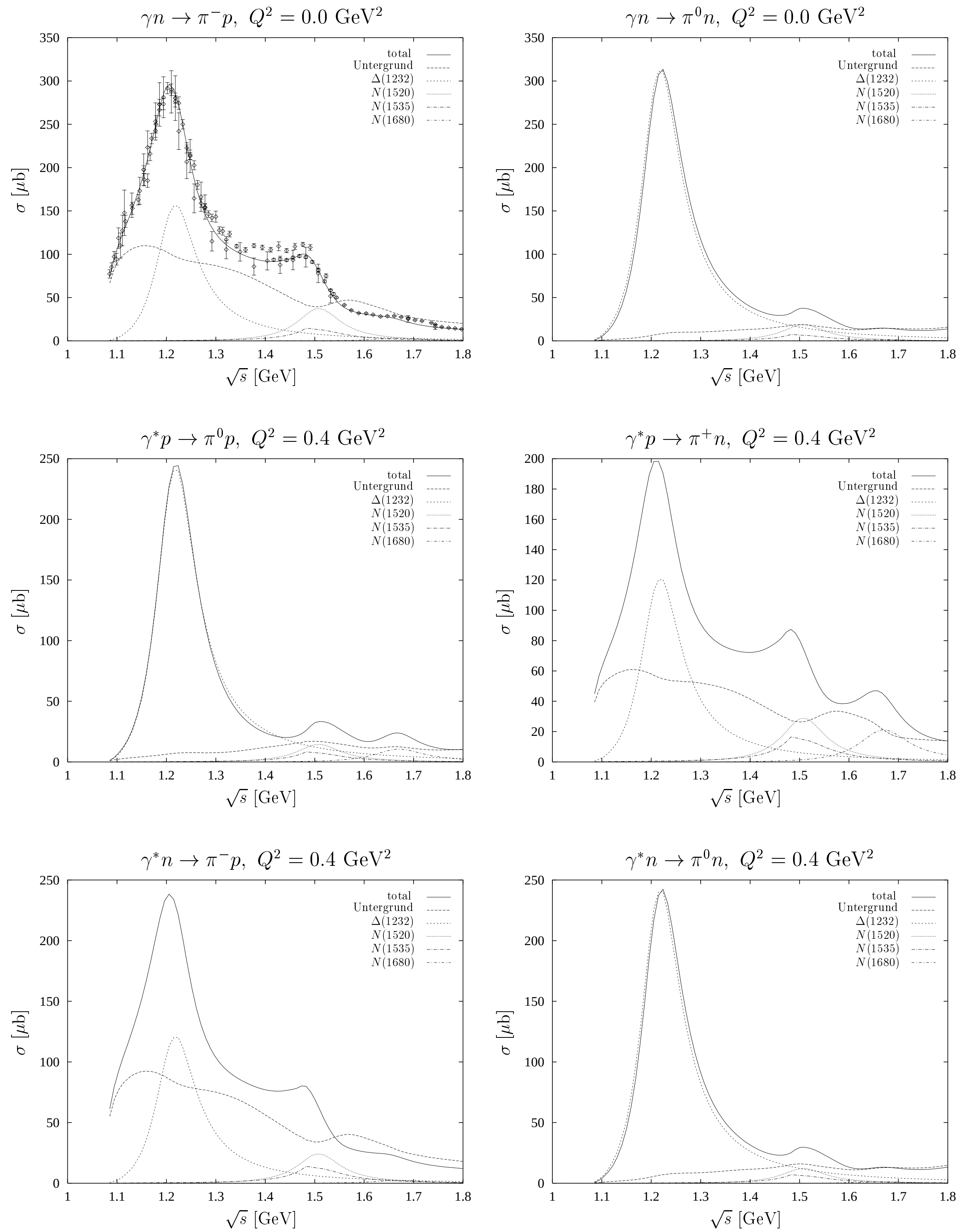


Abbildung B.2: Kanäle des $(\gamma^* N \to \pi N)$-Wirkungsquerschnittes für verschiedene Q^2, $\varepsilon \geq 0.9$. Die Daten sind aus [MP77].

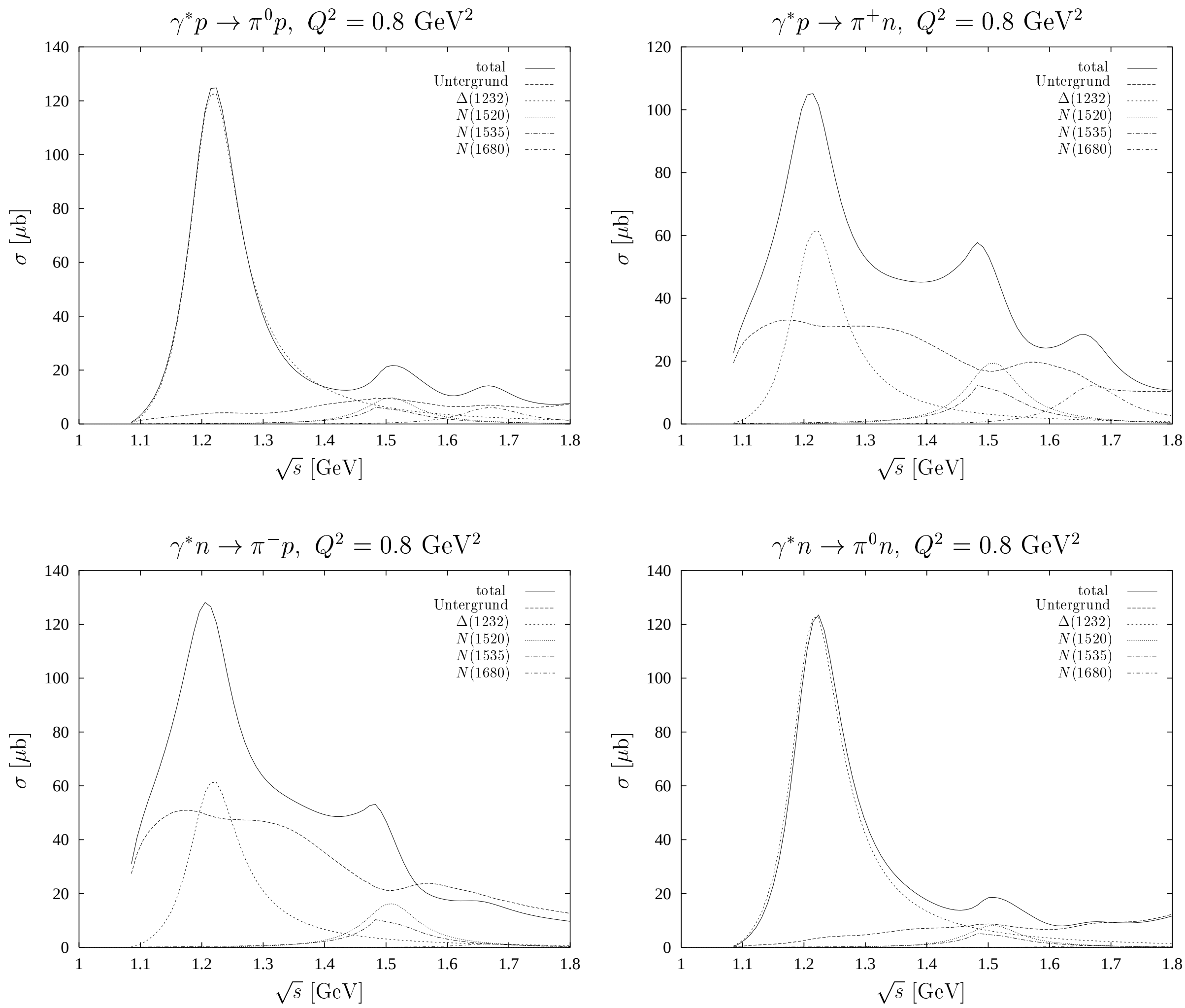


Abbildung B.3: Kanäle des $(\gamma^* N \to \pi N)$-Wirkungsquerschnittes für verschiedene Q^2, $\varepsilon \geq 0.9$

In Abbildung B.4 sind die totalen Wirkungsquerschnitte $\gamma^* N \to X$ zusammen mit einer Zerlegung in die einzelnen Beiträge aufgeführt. Für $Q^2 = 0$ werden die vorhandenen Daten gezeigt. Die Daten am Proton stammen aus [Ar1] (kleine Fehlerbalken) bzw. aus [Ba87], die am Neutron aus [Ar2].

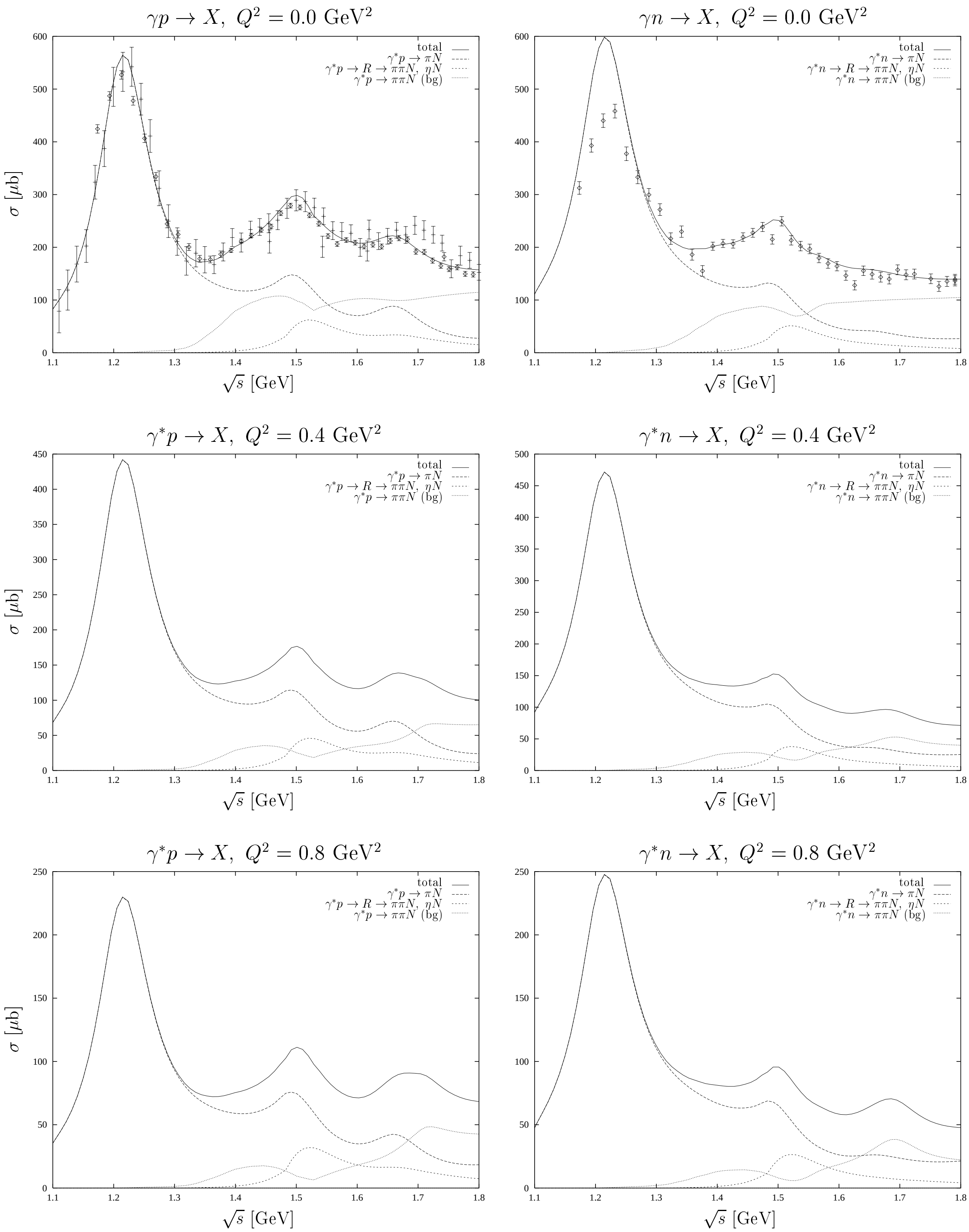


Abbildung B.4: Totaler $\gamma^* N \to X$-Wirkungsquerschnitt für verschiedene Q^2, $\varepsilon \geq 0.9$

Anhang C

Berechnung der Wirkungsquerschnitte im Ruhesystem des Kerns

In Kapitel 5 wurden die Wirkungsquerschnitte am Kern mit Hilfe der Wirkungsquerschnitte am Nukleon im Ruhesystem des Kerns (Laborsystem) konstruiert. Diese haben wir in den Kapiteln 3 und 4 im Ruhesystem des Nukleons berechnet. Im folgenden soll gezeigt werden, wie die Wirkungsquerschnitte in das Laborsystem transformiert werden.

Prinzipiell gibt es zur Betrachtung der Elektron-Kern-Reaktion zwei Möglichkeiten: Man kann entweder die Eigenschaften des Elektrons (E_e, E'_e, ϑ_e) oder die Eigenschaften des virtuellen Photons (E_γ, Q^2, ε) vorgeben. Im ersten Fall berechnet man ein Energiespektrum des auslaufenden Elektrons bei fester Einschußenergie und festem Streuwinkel. Allerdings ändern sich die Photoneneigenschaften (insbesondere Q^2) mit jedem neuen E'_e. Daher ist diese Verfahrensweise nicht dazu geeignet, um die Wirkungsquerschnitte mit denen reeller Photonen zu vergleichen. Dagegen berechnet man im zweiten Fall das Energiespektrum des virtuellen Photons bei gleichzeitiger Fixierung von Q^2 und ε, wobei dann sehr einfach Wirkungsquerschnitte in Analogie zur Photoproduktion berechnet werden können.

C.1 Elektroproduktions-Wirkungsquerschnitte

Aus der Vorgabe von E_e, E'_e und ϑ_e im Ruhesystem des Kerns kennt man (unter Vernachlässigung der Elektronenmassen) die Beträge der Elektronen-3-Impulse. Die einzelnen Komponenten dieser Vektoren lassen sich über

$$\begin{aligned} p_e^z &= \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{q}}{|\vec{q}|} = \frac{|\vec{p}_e|}{|\vec{q}|}(|\vec{p}_e| - |\vec{p'_e}| \cos\vartheta_e) \\ p_e^y &= {p'_e}^y = 0 \end{aligned} \tag{C.1}$$

$$\begin{aligned}
p_e^x &= \sqrt{|\vec{p}_e|^2 - p_e^{z\,2}} = \frac{|\vec{p}_e||\vec{p'_e}|}{|q|}\sin\vartheta_e \\
p'^{\,z}_e &= \frac{|\vec{p'_e}|}{|q|}(|\vec{p}_e|\cos\vartheta_e - |\vec{p'_e}|) \\
p'^{\,x}_e &= p_e^x
\end{aligned}$$

berechnen. Somit ist es möglich, die 4-Impuls-Vektoren im Ruhesystem des Nukleons (R) zu berechnen. Der Elektronen-Streuwinkel in diesem System folgt aus dem Skalarprodukt der beiden 3-Impuls-Vektoren. Aus den Größen E_e^R, $E'^{\,R}_e$ und ϑ_e^R folgen die Eigenschaften E_γ^R, Q^2 und ε^R des Photons, sowie der Fluß-Faktor Γ^R aus Gleichung (3.10). Aus den Photonen-Eigenschaften wird $\sigma_{\gamma^*}(E_\gamma, Q^2, \varepsilon)$ gewonnen und wir kennen $d\sigma/(dE'_e d\Omega)$ im *Ruhesystem des Nukleons*.
Die Transformation in das Ruhesystem des Kerns wird auf folgende Weise durchgeführt: Man betrachtet zunächst die allgemeine Form des differentiellen Wirkungsquerschnittes im Laborsystem,

$$d\sigma^L = \frac{|\mathcal{M}_{\text{fi}}|^2}{j^L} d\Phi_n.$$

Aufgrund der Lorentz-Invarianz von $|\mathcal{M}_{\text{fi}}|^2 d\Phi_n$ kann man diesen sehr einfach mit dem differentiellen Wirkungsquerschnitt im Ruhesystem des Kerns verknüpfen:

$$d\sigma^L = \frac{j_R}{j_L} d\sigma^R.$$

Da wir einen differentiellen Wirkungsquerschnitt in der Energie des auslaufenden Elektrons und des Streuwinkels suchen, müssen wir die letzte Gleichung durch $dE_e^L d\Omega_e^L$ dividieren. Wir nutzen die Lorentz-Invarianz des Ausdrucks

$$\frac{d^3p}{E}$$

für das auslaufende Elektron aus und erhalten

$$\begin{aligned}
\frac{d^3 p'^{\,L}_e}{E'^{\,L}_e} &= \frac{d^3 p'^{\,R}_e}{E'^{\,R}_e} \\
\Leftrightarrow \quad E'^{\,L}_e dE'^{\,L}_e d\Omega^L &= E'^{\,R}_e dE'^{\,R}_e d\Omega^R.
\end{aligned}$$

Damit ist

$$\frac{d\sigma^L}{dE'^{\,L}_e d\Omega^L} = \frac{j^R}{j^L}\frac{E'^{\,L}_e}{E'^{\,R}_e}\frac{d\sigma^R}{dE'^{\,R}_e d\Omega^R}. \tag{C.2}$$

C.2 Virtuelle Photoproduktion am Kern

Gibt man die Photoneneigenschaften E_γ, Q^2, ε im Laborsystem vor, so kann man mit diesen die kinematischen Größen der Elektronenstreuung (E_e, E'_e, ϑ_e) berechnen. Diese lassen sich dann wie im letzten Abschnitt in das Ruhesystem des Nukleons transformieren. Dort wird der Elektroproduktionsquerschnitt berechnet, der sich wieder nach Gleichung C.2 in das Laborsystem transformieren läßt. Nach der Definition des virtuellen Photoproduktions-Wirkungsquerschnittes aus Gleichung (5.3) erhält man nun den gewünschten Querschnitt am Kern.

Literaturverzeichnis

[Al76] J.C. Alder et al., *Electroproduction of Neutral Pions*, Nucl. Phys. B105 (1976), 253

[Ar1] T.A. Armstrong et al., *Total Hadronic Cross Section of γ Rays in Hydrogen in the Energy Range* $0.265 - 4.215\ GeV$, Phys. Rev. D5 (1972), 1640

[Ar2] T.A. Armstrong et al., *Total Photon Deuteron Hadronic Cross Section in the Energy Range* $0.265 - 5.215\ GeV$, Nucl. Phys. B41 (1972), 445

[Ba87] Baldini, Flamino, Moorhead und Morrison, *Landolt-Börnstein*, Band 12, Springer Verlag, Berlin 1987

[Ba83] P.Barreau et al., *Deep-Inelastic Electron Scattering* , Nucl. Phys. A402 (1983), 515

[Be84] G.F. Bertsch, H. Kruse und S. Das Gupta, *Boltzmann Equation for Heavy-Ion Collisions*, Phys. Rep. 188 (1990), 363

[Be88] G.F. Bertsch und S. Das Gupta, *A Guide to Microscopic Models for Intermediate Energy Heavy Ion Collisions*, Phys. Rep. 160 (1988), 189

[Bi96] N. Bianchi et al., *Total Hadronic Photoabsorption Cross Section on Nuclei in the Nucleon Resonance Region*, Phys. Rev. C54 (1996), 1688

[Bu93] V.D. Burkert, *Leptonic Production of Baryon Resonances*, Lectures, Advanced Summer Study, Dronten, 1993

[Br76] F.W. Brasse et al., *Parametrization of the q^2-Dependence of $\gamma_v p$ Total Cross Sections in the Resonance Region*, Nucl. Phys. B110 (1976), 413

[Br78] F.W. Brasse et al., *Separation of σ_L and σ_T in η Electroproduction at the Resonance* $N(1535)$, Nucl. Phys. B139 (1978), 37

[CK94] S. Capstick und B.D. Keister, *Baryon Current Matrix Elements in a Light-Front Framework*, nucl-th/9411016

[CO92] R.C. Carrasco und E. Oset, *Interaction of Real Photons with Nuclei from 100 to 500 MeV*, Nucl. Phys A536 (1992), 445

[CM90] W. Cassing, V. Metag, U. Mosel und K. Niita, *Production of Energetic Particles in Heavy-Ion Collisions*, Phys. Rep. 188 (1990), 363

[Ef96] M. Effenberger, *Gammaabsorption an Kernen*, Diplomarbeit, Gießen 1996 — M. Effenberger, A. Hombach, S. Teis und U. Mosel, *Photoabsorption on Nuclei*, Nucl. Phys. A613 (1997), 353 — M. Effenberger, A. Hombach, S. Teis und U. Mosel, *Photoproduction of Pions and Etas in Nuclei*, Nucl. Phys. A614 (1997), 501

[Ef99] M. Effenberger, Dissertation, Gießen, in Vorbereitung

[ES97] M. Effenberger und A. Sibirtsev, *The Energy Dependence of the In-Medium ηN Cross Section Evaluated from η-Photoproduction*, nucl-th/9710054

[FH83] F. Foster und G. Hughes, *Electroproduction of Nucleon Resonances*, Rep. Prog. Phys. 46 (1983), 1445

[Ga72] S. Galster et al., *Coincidence Experiment on Inelastic Electron-Proton Scattering of the $\Delta(1236)$ at $q^2 = -0.35$ and -1.0 $(GeV/c)^2$*, Phys. Rev. D5 (1972), 519

[Ge98] J. Geiß, *Die Produktion von Strangeness und Charmonium in Kern-Kern-Kollisionen*, Dissertation, Gießen 1998

[Gi1] A. Gil, J. Nieves und E. Oset, *Many-Body Approach to the Inclusive (e, e') Reaction From the Quasielastic to the Δ Excitation Region*, Nucl. Phys. A627 (1997), 543

[Gi2] A. Gil, J. Nieves und E. Oset, *Inclusive $(e, e'N)$, $(e, e'NN)$, $(e, e'\pi)$,... Reactions in Nuclei*, Nucl. Phys. A627 (1997), 599

[Gr94] M. Greiner, *Klassische Transporttheorie*, Vorlesung, Universität Gießen, Wintersemester 1994/95

[HM84] F. Halzen und A.D. Martin, *Quarks and Leptons*, Wiley and Sons, New York 1984

[Ha63] L.N. Hand, *Experimental Investigation of Pion Electroproduction*, Phys. Rev. 129 (1963), 1834

[HK79] M. Hirata, J.H. Koch, F. Lenz und E.J. Moniz, *Isobar-Hole Doorway States and π-^{16}O Scattering*, Ann. Phys. 120 (1979), 205

[Hf75] J. Hüfner, *Pion Interaction With Nuclei*, Phys. Rep. 21 (1975), 1

[Ho94] A. Hombach, *Photoproduktion von Pionen und Eta-Mesonen an Kernen*, Diplomarbeit, Gießen 1994 — A. Hombach, A. Engel, S. Teis und U. Mosel, *Pion and Eta Photoproduction in Nuclei*, Z. Phys. A352 (1995), 223

[Ly78] D.H. Lyth, *Electromagnetic Interactions of Hadrons* Vol I, ed. A. Donnachie, G. Shaw (New York: Plenum)

[Ko74] M. Köbberling et al., *Electroexcitation of Nucleon Resonances on Protons and Neutrons*, Nucl. Phys. B82 (1974), 201

[Kr] B. Krusche, TAPS, vorläufige Daten

[La79] A. Latham et al., *Electroproduction of Single Neutral Pions*, Nucl. Phys. B156 (1979), 58

[La81] A. Latham et al., *Electroproduction of π^0 Mesons*, Nucl. Phys. B189 (1981), 1

[Ma92] D.M. Manley und E.M. Saleski, *Multichannel Resonance Parametrization of πN Scattering Amplitudes*, Phys. Rev. D45 (1992), 4002

[MP77] D. Menze, W. Pfeil und R. Wilcke, *ZAED Compilation of Pion Photoproduction Data*, Universität Bonn 1977

[Me85] Z.E. Meziani et al., *Transverse Response Functions in Deep-Inelastic Electron Scattering for ^{40}Ca, ^{48}Ca and ^{56}Fe*, Phys. Rev. Lett. 54 (1985), 1233

[No28] L.W. Nordheim, Proc. Roy. Soc. (London) A119 (1928), 689

[Oc84] J. S. O'Connell et al., *Electron Scattering in the Excitation of the Delta Resonance on Nuclei with $A = 1$ to* 16, Phys. Rev. Lett. 53 (1984), 1627

[OS87] E. Oset und L.L. Salcedo, *Delta Self-Energy in Nuclear Matter*, Nucl. Phys. A468 (1987), 631

[PG96] Particle Data Group, *Review of Particle Properties*, Phys. Rev. 54 (1996)

[Pe97] G. Penner, *Elektroproduktion von Pionen und pioninduzierte Dileptonenerzeugung am Nukleon*, Diplomarbeit, Gießen 1997

[PS95] M.E. Peskin und D.V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison Wesley, 1995

[Ps98] M. Post, *Vektormesonen in Kernmaterie - Eigenschaften und Observable*, Diplomarbeit, Gießen 1998

[RL95] M.E. Röbig-Landau, *Photoproduktion von η-Mesonen an komplexen Kernen*, Dissertation, Gießen 1995

[Se89] R. M. Sealock et al., *Electroexcitation of the $\Delta(1232)$ in Nuclei*, Phys. Rev. Lett. 62 (1989), 1350

[Sh72] W.J. Shuttleworth et al., *Coincidence π^0 Electroproduction in the Second Resonance Region*, Nucl. Phys. B45 (1972), 428

[Si71] R. Siddle et al., *Coincidence π^0 Electroproduction Experiments in the First Resonance Region at Momentum Transfers of* $0.3, 0.45, 0.6, 0.76$ $(GeV/c)^2$, Nucl. Phys. 35 (1971), 93

[St75] S. Stein et al., *Electron Scattering at* $4°$ *with Energies of* $4.5 - 20$ GeV, Phys. Rev. D12 (1975), 1884

[St93] P. Stoler, *Baryon Form Factors at High* Q^2 *and the Transition to Perturbative QCD*, Phys. Rep. 226 (1993), 104

[St98] L.M. Stuart et al., *Measurement of the* $\Delta(1232)$ *Transition Form Factor and the Ratio* σ_n/σ_p *from Inelastic Electron-Proton and Electron-Deuteron Scattering*, Phys. Rev. D58 (1998), 032003-1

[Te97] S. Teis, *Transporttheoretische Beschreibung von relativistischen Schwerionenkollisionen bei SIS-Energien*, Dissertation, Gießen 1997 — S. Teis et al., *Pion-Production in Heavy-Ion Collisions at SIS Energies*, Z. Phys. A356 (1997), 421 — S. Teis et al., *Probing Nuclear Expansion Dynamics with* π^-/π^+*- Spectra*, Z. Phys. A359 (1997), 297

[UU33] E.A. Uehling und G.E. Uhlenbeck, Phys. Rev. 43 (1933), 552

[Vl76] V.G. Vlasenko et al., Sov. J. Nucl. Phys. 23 (1976), 265

[Wa69] R.L. Walker, *Phenomenological Analysis of Single-Pion Photoproduction*, Phys. Rev. 182 (1969), 1729

[Wa90] M. Warns, H. Schröder, W. Pfeil und H. Rollnik, *Calculations of Electromagnetic Nucleon Form Factors and Electroexcitation Amplitudes of Isobars*, Z. Phys. C45 (1990), 627

[Zg94] A. Zghiche et al., *Electron Scattering*, Nucl. Phys. A572 (1994), 513