Gammaabsorption an Kernen

Diplomarbeit
vorgelegt von
Martin Effenberger
aus Aßlar

Institut für Theoretische Physik I
der Justus-Liebig-Universität Gießen

Gießen 1996

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

In der vorliegenden Arbeit soll die Gamma-Kern-Reaktion für Gammaenergien zwischen 300 und 1200 MeV untersucht werden. In diesem Energiebereich ist davon auszugehen, daß kohärente Effekte der Gammaabsorption eine untergeordnete Rolle spielen. Die Absorption geschieht also im wesentlichen an einzelnen Nukleonen. Da der Gamma-Nukleon-Wirkungsquerschnitt im betrachteten Energiebereich zum großen Teil von Nukleonenresonanzen bestimmt wird, ermöglicht die Untersuchung der Gamma-Kern-Reaktion ein Studium von Nukleonenresonanzen im nuklearen Medium.

Die vorliegende Arbeit beruht auf einem BUU-Transportmodell, das bisher sehr erfolgreich für die Berechnung von Schwerionenkollisionen und Pion-Kern-Stößen verwendet wurde [1, 2, 3, 4]. Mit Hilfe von Schwerionenkollisionen bei Einschußenergien zwischen 500 MeV und 2 GeV/A, wie sie am SIS an der GSI durchgeführt werden, versucht man Informationen über die Zustandsgleichung von Kernmaterie zu erhalten, um letztlich die Frage zu beantworten, welche Eigenschaften komprimierte Kernmaterie hat. Diese Fragestellung ist von fundamentaler Bedeutung beim Studium der frühen Hochdichtephase des Universums und in der Astrophysik bei der Behandlung von Neutronensternen oder Supernovae-Explosionen.

Man weiß zwar, daß Nukleonen, also Protonen und Neutronen, aus Quarks und Gluonen, die nach heutigem Wissen als elementar angesehen werden, aufgebaut sind und kennt deren Wechselwirkung im Rahmen der Quantenchromodynamik (QCD). Aufgrund des nicht-pertubativen Charakters der QCD bei kleinen Energien („infrared slavery"), sind die QCD-Gleichungen allerdings nur mit numerisch sehr hohem Aufwand (Lattice-QCD) lösbar, und man ist daher noch weit davon entfernt, ein einziges Nukleon mit seinen angeregten Zuständen im Rahmen der QCD beschreiben zu können. Im Rahmen der Kernphysik hat es sich zudem bewährt, die innere Struktur von Nukleonen und Mesonen zu vernachlässigen.

Bei Berechnungen von Schwerionenkollisionen mit dem BUU-Modell hat sich gezeigt, daß bei Einschußenergien von 1-2 GeV/A und zentralen Stößen die Anzahl der angeregten Nukleonenzustände in der Hochdichtephase bis zu 30% der Anzahl der Nukleonen beträgt. In diesem Zusammenhang wird häufig von Resonanzmaterie gesprochen [5]. Die Resonanzen, insbesondere das $\Delta(1232)$, spielen eine wichtige Rolle sowohl für die Ergebnisse in der Teilchenproduktion als auch für die Beschreibung der globalen Reaktionsdynamik. Daher ist die Kenntnis der Wechselwirkung von Resonanzen mit Kernmaterie von großem Interesse.
Während in der Pion-Kern-Reaktion das Pion mit sehr großer Wahrscheinlichkeit an der Oberfläche des Kerns - also bei geringer Dichte - absorbiert wird, spielen in der Gamma-Kern-Reaktion Abschirmeffekte nahezu keine Rolle, da der elementare Gamma-Nukleon-Wirkungsquerschnitt sehr klein ist. Das Gamma wird also in erster Linie bei mittlerer Kerndichte absorbiert und kann dort Nukleonenresonanzen anregen.
Die einfachsten Observablen der Gamma-Kern-Reaktion sind zum einen der totale Absorptionswirkungsquerschnitt und zum anderen Pion- und Etaproduktionswirkungsquerschnitte. Für die Berechnung der Mesonenproduktion ist die Kenntnis der Wechselwirkung dieser Mesonen mit Kernmaterie entscheidend, das heißt, das Studium der Gamma-Kern-Reaktion mit dem BUU-Modell kann Hinweise darauf geben, ob das BUU-Modell die Mesonendynamik korrekt behandelt.
Zur Gammaabsorption am Kern im hier betrachteten Energiebereich gab es erste Messungen in den 80er Jahren, zum Beispiel [6], die jedoch mit einer schlechten Energieauflösung durchgeführt wurden, und sich nicht über den gesamten Energiebereich erstreckten. In den 90er Jahren kam dann der experimentelle Durchbruch mit den Messungen in Frascati [7] für Gammaenergien bis 1.2 GeV und in Mainz [8] bis 800 MeV. Die Gammas stammen in diesen Experimenten aus dem Bremsstrahlungsspektrum eines abgelenkten Elektronenstrahls. Die Energie des Gammas wird aus der Messung der Energie des abgelenkten Elektrons bestimmt („Photonen-Tagging"). Dieses Verfahren setzt einen leistungsfähigen Elektronenbeschleuniger mit hohem Tastverhältnis in Verbindung mit einem hochauflösenden Photon-Tagging-Spektrometer voraus. Um eine zeitliche Korrelation zwischen Tagging-Spektrometersignal und Detektorsignal zu erreichen, benötigt man zudem schnelle Detektoren.
In Frascati wurde der Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt für eine große Klasse von Atomkernen aus der Messung des transmittierten Photonenflusses bestimmt. In Mainz wurde als Target ein Urankern verwendet und der Absorptionswirkungsquerschnitt unter der Annahme bestimmt, daß für diesen Kern jede Gammaabsorption zu einer Kernspaltung führt. Diese Messungen liefern das Ergebnis, daß der Gammabsorptionswirkungsquerschnitt pro

Nukleon für alle Kerne ab einer Massenzahl von 12 im Rahmen der Meßgenauigkeit gleich ist. Gegenüber dem elementaren Wirkungsquerschnitt am Proton sieht man eine deutliche Verbreiterung des Deltapeaks und ein Verschwinden der höheren Resonanzen.
Experimente zur Pionenphotoproduktion gab es bereits in den 60er Jahren, da man bereits damals erkannte, daß sich Photonen aufgrund ihrer schwachen Wechselwirkung mit Nukleonen hervorragend zur Untersuchung von Kernmaterie eignen. Aufgrund der angesprochenen technischen Entwicklung gibt es neue Experimente auf diesem Gebiet, die am Elektronenbeschleuniger MAMI in Mainz zum großen Teil mit dem Detektor TAPS durchgeführt werden. Außerdem wurde dort der Etaproduktionswirkungsquerschnitt für verschiedene Kerne gemessen [9]. Zu diesen Experimenten gibt es bereits Rechnungen mit Hilfe des BUU-Modells [10].
In der vorliegenden Arbeit soll nun untersucht werden, ob der experimentell bestimmte Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt am Kern im Rahmen eines semi-klassischen Transportmodells verstanden werden kann. Hierzu wird in Kapitel 2 zunächst das verwendete BUU-Modell dargestellt, wobei insbesondere die numerische Realisation diskutiert wird.
Da für die vorliegende Arbeit das BUU-Modell um die höheren Nukleonenresonanzen erweitert wurde, wird in Kapitel 3 im Detail auf die verwendeten Wirkungsquerschnitte und Zerfallsbreiten für die Nukleonenresonanzen eingegangen.
Die Berechnung der In-Medium-Breiten aus diesen Resonanzeigenschaften für die in der Gammaabsorption relevanten Resonanzen ist in Kapitel 4 dargestellt.
In Kapitel 5 wird die Zerlegung des elementaren Gammaabsorptionswirkungsquerschnittes an Proton und Neutron in die verschiedenen Kanäle und Resonanzbeiträge behandelt. Außerdem wird die Implementierung der Gamma-Kern-Reaktion in das BUU-Modell diskutiert und dargestellt, wie der elementare Wirkungsquerschnitt in Kernmaterie modifiziert wird. Hierzu wird auf die Ergebnisse aus Kapitel 4 zurückgegriffen.
Schließlich werden in Kapitel 6 die Ergebnisse der Rechnungen zur Gammaabsorption und Photoproduktion mit den experimentellen Daten und den Ergebnissen anderer Modelle verglichen.

Kapitel 2

Das BUU-Modell

In der vorliegenden Arbeit wird die Gamma-Kern-Reaktion im Rahmen einer Transporttheorie untersucht. Dazu wird die sogenannte Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck-Gleichung [1] verwendet. Abgesehen von Pauli-Faktoren, die 1928 von Nordheim [11] und später von Uehling und Uhlenbeck [12] zur Beschreibung fermionischer Systeme eingeführt wurden, handelt es sich dabei um die klassische Boltzmann-Gleichung. Diese Gleichung basiert auf der Vlasov-Gleichung, die die zeitliche Entwicklung der Phasenraumdichte eines Systems nichtstoßender Teilchen beschreibt. Die Boltzmann-Gleichung enthält zusätzlich einen Kollisionsterm, um dem Einfluß von Teilchenstößen Rechnung zu tragen. Mit ihr lassen sich daher Nichtgleichgewichtsprobleme, die beispielsweise in der Hydrodynamik auftauchen, behandeln.
Seit 1984 haben sich Transporttheorien, die auf der BUU-Gleichung oder ähnlichen Gleichungen basieren, zur Beschreibung von Schwerionenkollisionen durchgesetzt [1]. Da diese Arbeit auf der BUU-Gleichung basiert, soll in Kapitel 2.1 die physikalische Bedeutung der BUU-Gleichung diskutiert werden. In Kapitel 2.2 wird dann die numerische Lösung dieser Gleichung behandelt.

2.1 Grundlagen

Betrachtet man in der klassischen Mechanik ein System von N Teilchen, so gilt für die N-Teilchen-Phasenraumdichte $f_N(\vec{r_1}, \vec{r_2}, \ldots, \vec{r_N}, \vec{p_1}, \vec{p_2}, \ldots, \vec{p_N}, t)$ der Liouvillsche Satz, wonach die Phasenraumdichte in der Umgebung eines gemäß den kanonischen Gleichungen bewegten Punktes des Phasenraums

[1] in der Literatur auch als Vlasov-Uehling-Uhlenbeck-Gleichung (VUU), Boltzmann-Nordheim-Gleichung oder Landau-Vlasov-Gleichung bezeichnet

zeitlich konstant ist, das heißt:

$$\frac{df_N}{dt} = \frac{\partial f_N}{\partial t} + [f_N, H] = 0 \tag{2.1}$$

Die Poisson-Klammer ist gegeben als:

$$[f_N, H] = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f_N}{\partial \vec{r_i}} \cdot \frac{\partial H}{\partial \vec{p_i}} - \frac{\partial f_N}{\partial \vec{p_i}} \cdot \frac{\partial H}{\partial \vec{r_i}} \right) \tag{2.2}$$

Dabei ist H die das jeweilige System charakterisierende Hamiltonfunktion, die wir im folgenden der Einfachheit halber für ein System identischer, nichtrelativistischer Teilchen, die einer impulsunabhängigen Zweiteilchen-Wechselwirkung V unterliegen, ansetzen:

$$H = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p_i}^{\,2}}{2m} + \sum_{i<j} V(\vec{r_i}, \vec{r_j}) \tag{2.3}$$

Aus der Liouville-Gleichung (2.1) für das N-Teilchensystem kann man die sogenannte BBKGY[2]-Hierarchie ableiten, die ein System von N gekoppelten Integro-Differentialgleichungen für die 1- bis N-Teilchen-Phasenraumdichten darstellt. Die Berechnung der S-Teilchen-Phasenraumdichte setzt allerdings die Kenntnis der (S+1)-Teilchen-Phasenraumdichte voraus, also schließlich die Lösung der Liouville-Gleichung. Die einfachste Näherung ist, die N-Teilchen-Phasenraumdichte $f_N(\vec{r_1}, \vec{r_2}, \ldots, \vec{r_N}, \vec{p_1}, \vec{p_2}, \ldots, \vec{p_N}, t)$ als Produkt von 1-Teilchen-Phasenraumdichten anzusetzen:

$$f_N(\vec{r_1}, \vec{r_2}, \ldots, \vec{r_N}, \vec{p_1}, \vec{p_2}, \ldots, \vec{p_N}, t) = \prod_{i=1}^{N} f_1(\vec{r_i}, \vec{p_i}, t) \tag{2.4}$$

Mit diesem Ansatz fallen die N Gleichungen der BBKGY-Hierarchie zu einer einzigen zusammen ($f \equiv f_1$):

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} &= \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial H_{mf}}{\partial \vec{p}} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial H_{mf}}{\partial \vec{r}} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} \\ &= \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} - \vec{\nabla} U \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0 \end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\text{mit} \quad H_{mf} = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} + U$$

Dies ist die sogenannte Vlasov-Gleichung. Sie entspricht der Liouville-Gleichung für ein Teilchen, das sich in einem äußeren Potential U bewegt. In der

[2] Bogoliubov-Born-Kirkwood-Green-Yvon

Vlasov-Gleichung ist U jedoch eine Funktion der Phasenraumdichte $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ und im Fall der Hamiltonfunktion H aus Gleichung (2.3) gegeben durch:

$$U(\vec{r}, t) = \int f(\vec{r}\,', \vec{p}\,', t)\, V(\vec{r}, \vec{r}\,')\, d^3r'\, d^3p' \tag{2.6}$$

Der Ansatz (2.4), also die Vernachlässigung aller dynamischen Teilchenkorrelationen [3], ist sinnvoll, falls die Teilchen lediglich schwach miteinander wechselwirken, sich also weitgehend unabhängig voneinander bewegen. Dies sollte zum Beispiel für dünne Gase gut erfüllt sein.

Die BUU-Gleichung erhält man nun, indem man Gleichung (2.5) einen Stoßterm hinzufügt, welcher berücksichtigt, daß ein Teilchen durch einen Stoß mit einem anderen in ein anderes Element des Phasenraums gestreut werden kann:

$$\begin{aligned} \frac{df(\vec{r}, \vec{p_1}, t)}{dt} \equiv \frac{df_1}{dt} &= I_{coll}[f_1] = \int d^3p_2\, d^3p_3\, d^3p_4 \\ &\times \{-T(\vec{p_1}\vec{p_2} \to \vec{p_3}\vec{p_4}) f_1 f_2 (1 - f_3)(1 - f_4) \\ &+ T(\vec{p_3}\vec{p_4} \to \vec{p_1}\vec{p_2}) f_3 f_4 (1 - f_1)(1 - f_2)\} \end{aligned} \tag{2.7}$$

$T(\vec{p_1}\vec{p_2} \to \vec{p_3}\vec{p_4})$ ist dabei die Übergangswahrscheinlichkeit aus den Phasenraumzellen um $(\vec{r}, \vec{p_1})$ und $(\vec{r}, \vec{p_2})$ nach $(\vec{r}, \vec{p_3})$ und $(\vec{r}, \vec{p_4})$. Der erste Term in der geschweiften Klammer stellt also einen Verlust-, der zweite einen Gewinn-Term dar. Die Faktoren $(1-f)$ sind die einleitend erwähnten Pauli-Faktoren, die eine Streuung in besetzte Phasenraumzellen unterdrücken. Diese sind nur sinnvoll, falls die Normierung der N-Teilchen-Phasenraumdichte $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ so gewählt ist, daß:

$$g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\, d^3r\, f(\vec{r}, \vec{p}, t) = N \quad , \tag{2.8}$$

wobei g den Entartungsgrad der Einteilchen-Impulszustände bei Existenz innerer Freiheitsgrade angibt. Für Nukleonen ist wegen Spin und Isospin g=4. Schreibt man die Übergangswahrscheinlichkeit T in den entsprechenden differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ um, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} I_{coll}[f_1] &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p_2\, d^3p_3\, d\Omega\, v_{12} \frac{d\sigma}{d\Omega} \delta^3 (\vec{p_1} + \vec{p_2} - \vec{p_3} - \vec{p_4}) \\ &\times \{-f_1 f_2 (1 - f_3)(1 - f_4) + f_3 f_4 (1 - f_1)(1 - f_2)\} \end{aligned} \tag{2.9}$$

Dabei sind v_{12} die Relativgeschwindigkeit von Teilchen 1 und 2 und Ω der Winkel zwischen $\vec{p_1}$ und $\vec{p_3}$ im Schwerpunktsystem von Teilchen 1 und 2.

[3] Korrelationen, die sich in fermionischen Systemen wegen des Pauli-Prinzips ergeben, werden in der Initialisierung berücksichtigt und bleiben in der dynamischen Entwicklung aufgrund des Liouvillschen Theorems erhalten.

Neben dem beschriebenen klassischen Zugang zur Vlasov-Gleichung gibt es auch verschiedene quantenmechanische Ansätze. In [13] findet sich eine Herleitung ausgehend von der zeitabhängigen Hartree-Fock-Theorie. Hierzu wird vorausgesetzt, daß das Potential U lokal ist und höhere Ableitungen von U als $\vec{\nabla} U$ vernachlässigbar sind. In [2] wird die BUU-Gleichung aus der zeitabhängigen G-Matrix-Theorie gewonnen.
Vergleicht man vollständig quantenmechanische Rechnungen zum Beispiel für niederenergetische Schwerionenstöße mit auf der Vlasov-Gleichung basierenden, so stellt man fest, daß die Lösung der Vlasov-Gleichung eine gute Näherung an zeitabhängige Hartree-Fock-Rechnungen im Sinne einer globalen Beschreibung der Reaktionsdynamik darstellt.
Bei einer Erweiterung des Modells auf verschiedene Teilchensorten erhält man für jede Teilchenspezies eine eigene Transportgleichung, die aber mit den anderen über den Kollisionsterm und das jeweilige Potential U gekoppelt ist. Der Kollisionsterm schreibt sich dann als Summe über die verschiedenen Stoßmöglichkeiten, wobei für Bosonen im Endzustand natürlich der Paulifaktor entfällt. Da in der vorliegenden Arbeit die Gamma-Kern-Reaktion bis zu Gammaenergien von 1 GeV untersucht werden soll, ist es notwendig, alle angeregten Nukleonenzustände bis zu einer Masse von ungefähr 1.7 GeV in den Transportgleichungen zu berücksichtigen. Schematisch können wir die gekoppelten Gleichungen folgendermaßen schreiben:

$$\begin{aligned}
D\,f_N &= F^N_{coll}(f_N, f_{\Delta(1232)}, f_{N(1440)}, \ldots, f_\pi, f_\eta, \ldots) \\
&= I^N_{NN} + I^N_{N\Delta} + I^N_{NN(1440)} + \ldots + I^N_{\Delta N\pi} + I^N_{N(1440)N\pi} + \ldots \\
D\,f_{\Delta(1232)} &= F^{\Delta(1232)}_{coll}(f_N, f_{\Delta(1232)}, f_{N(1440)}, \ldots, f_\pi) \\
D\,f_{N(1440)} &= F^{N(1440)}_{coll}(f_N, f_{\Delta(1232)}, f_{N(1440)}, \ldots, f_\pi, \ldots) \\
\ldots & \\
D\,f_\pi &= F^\pi_{coll}(f_N, f_{\Delta(1232)}, f_{N(1440)}, \ldots, f_\pi, \ldots) \\
D\,f_\eta &= F^\eta_{coll}(f_N, f_{N(1535)}, f_\eta) \quad , \\
\ldots &
\end{aligned} \tag{2.10}$$

wobei D den Differentialoperator auf der linken Seite der BUU-Gleichung in Gleichung (2.7) darstellt. Die Punkte stehen für höhere Baryonen- oder Mesonenresonanzen.

2.2 Numerische Realisation

2.2.1 Die Testteilchenmethode

Die Standard-Methode zur Lösung des Systems gekoppelter Integro-Differentialgleichungen aus (2.10) besteht in der Diskretisierung der Phasenraumverteilungsfunktionen f. Wir ersetzen also die kontinuierlichen Verteilungsfunktionen durch eine endliche Anzahl von sogenannten Testteilchen:

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{1}{N} \sum_i \delta\left(\vec{r} - \vec{r}_i(t)\right) \delta\left(\vec{p} - \vec{p}_i(t)\right) \quad , \tag{2.11}$$

wobei N die Anzahl der Testteilchen pro Nukleon, also die Anzahl der Ensembles bezeichnet. Die Summe erstreckt sich über die in allen Ensembles vorhandenen Teilchen der entsprechenden Teilchenart.
In unserem Modell wird die sogenannte parallele Ensemble-Methode verwendet. Dies bedeutet, daß Stöße nur zwischen Testteilchen aus dem gleichen Ensemble stattfinden können, während das mittlere Feld U und die in die Pauli-Faktoren $(1-f)$ eingehenden Phasenraumdichten aus der Mittelung über alle Ensembles gewonnen werden.
Setzt man den Ansatz (2.11) in die Vlasov-Gleichung (2.5) ein und berücksichtigt, daß:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{1}{N} \sum_i \left(-\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \delta\left(\vec{r} - \vec{r}_i(t)\right) \delta\left(\vec{p} - \vec{p}_i(t)\right) \dot{\vec{r}_i} \right. \\
&\quad \left. - \delta\left(\vec{r} - \vec{r}_i(t)\right) \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \left(\vec{p} - \vec{p}_i(t)\right) \dot{\vec{p}_i} \right) \quad ,
\end{aligned}$$

so sieht man, daß die Vlasov-Gleichung gelöst wird, falls $\vec{r}_i(t)$ und $\vec{p}_i(t)$ den klassischen Hamilton-Gleichungen gehorchen:

$$\dot{\vec{p}_i} = -\vec{\nabla} U \tag{2.12}$$

$$\dot{\vec{r}_i} = \frac{\vec{p}_i}{m} \tag{2.13}$$

Um relativistischen Effekten in der Teilchenpropagation Rechnung zu tragen, muß die nichtrelativistische Hamiltonfunktion (2.3) durch eine relativistische ersetzt werden, so daß die Einteilchen-Hamiltonfunktion H_{mf} gegeben ist als:

$$H_{mf} = \sqrt{\vec{p}^{\,2} + (m+S)^2} + A_0 \quad , \tag{2.14}$$

mit

$$\vec{p} = \vec{P} - \vec{A}$$

Dabei sind nun $\vec{P}$ der generalisierte Impuls, $(A_0, \vec{A})$ ein Vektorpotential und S ein skalares Potential. Die Extraktion von $(A_0, \vec{A})$ und S aus einem nichtrelativistischen Potential U, das beispielsweise aus einer Hartree-Fock-Rechnung gewonnen wird, ist jedoch nicht eindeutig. Wenn man ein impulsunabhängiges U in ein skalares Potential S umschreibt, ergibt sich ein impulsabhängiges S. Deshalb wird aus Gründen der Einfachheit im Ruhesystem des Kerns der Ansatz gemacht:

$$\begin{aligned} (A_0, \vec{A}) &= (U, \vec{0}) \\ S &= 0 \end{aligned}$$

Daraus folgt dann:

$$\dot{\vec{r}_i} = \frac{\vec{p_i}}{\sqrt{\vec{p_i}^{\,2} + m^2}} \tag{2.15}$$

Das Problem besteht nun in der klassischen zeitlichen Entwicklung eines Systems von Testteilchen. Durch Diskretisierung der Zeit t wird dieses Problem gelöst durch:

$$\vec{p_i}(t + \Delta t) = \vec{p_i}(t) - \Delta t\, \vec{\nabla} U(\vec{r_i}, t) \tag{2.16}$$

$$\vec{r_i}(t + \Delta t) = \vec{r_i}(t) + \Delta t\, \frac{\vec{p_i}}{\sqrt{\vec{p_i}^{\,2} + m^2}} \tag{2.17}$$

In jedem Zeitschritt muß dann noch der Kollisionsterm berücksichtigt werden, das heißt, die Testteilchen haben die Möglichkeit miteinander zu stoßen, und Resonanzen zerfallen gemäß entsprechender Zerfallsgesetze. Als Zeitschrittweite hat sich $\Delta t = 0.5\,\text{fm/c}$ bewährt.

2.2.2 Initialisierung

Aus der elastischen Elektron-Kern-Streuung ist die Protonenverteilung im Kern recht genau bekannt. Unter der Annahme, daß der Verlauf der Dichteverteilung für Protonen und Neutronen gleich ist, werden die Testteilchen gemäß:

$$\rho(r) = \rho_0 \left[1 + \mathrm{e}^{\frac{r - r_0}{\alpha}}\right]^{-1} \tag{2.18}$$

$$r_0 = 1.124\,\text{fm}\, A^{1/3} \qquad \alpha = \left(0.024\, A^{1/3} + 0.29\right)\text{fm}$$

im Ortsraum verteilt.
Die Initialisierung im Impulsraum erfolgt unter Benutzung einer lokalen Thomas-Fermi-Näherung. Die Impulse der Testteilchen werden also innerhalb

einer Fermikugel mit Radius p_F homogen verteilt, wobei

$$p_F = \sqrt[3]{\frac{3}{2}\pi^2\, \rho} \tag{2.19}$$

der lokale Fermi-Impuls ist.
Für ^{12}C und ^{40}Ca wurde zu Testzwecken für die Initialisierung auch auf die Ergebnisse einer Hartree-Fock-Rechnung [14] zurückgegriffen. Die Impulsverteilung der Nukleonen erfolgt nun mit einem modifizierten Fermi-Impuls. Die totale kinetische Energie T ergibt sich aus den Hartree-Fock-Wellenfunktionen [14]:

$$T = \frac{1}{2m}\int \tau\, d^3r \quad , \tag{2.20}$$

$$\text{mit} \quad \tau = \sum_{\alpha=1}^{A} \left|\vec{\nabla}\Psi_\alpha(\vec{r})\right|^2$$

Falls die Impulse der Nukleonen innerhalb einer Fermikugel mit Radius p_F homogen verteilt werden, ist die kinetische Energie andererseits gegeben durch:

$$T = \frac{1}{2m}\int \frac{\int^{p_F} p^2\, d^3p}{\int^{p_F} d^3p}\rho\, d^3r = \frac{1}{2m}\int \frac{3}{5}\, p_F^2\, \rho\, d^3r \tag{2.21}$$

Durch Vergleich von (2.20) und (2.21) erhält man:

$$p_F^2 = \frac{5}{3}\frac{\tau}{\rho}$$

Dieser Fermi-Impuls verschwindet jedoch nicht für große r und ist daher für unsere Zwecke unbrauchbar. In Gleichung (2.20) können wir aber die Divergenz eines Vektorfeldes zum Integranden hinzuaddieren, ohne den Wert des Integrals zu veränderen, falls das Vektorfeld für große r hinreichend schnell verschwindet. Durch Wahl des Vektorfeldes proportional zu $\vec{\nabla}\rho$ ist es nun möglich, einen Fermi-Impuls zu erhalten, der für große r verschwindet:

$$p_F = \sqrt{\frac{5}{3}\frac{1}{\rho}\left(\tau - \frac{\vec{\nabla}^2\rho}{4}\right)} \tag{2.22}$$

2.2.3 Das mittlere Feld

Das mittlere Feld U wird angesetzt als [2]:

$$U(\vec{r}) = \frac{3}{4}t_0\rho(\vec{r}) + \frac{7}{8}t_3\rho(\vec{r})^\gamma + V_0\int d^3r'\frac{\mathrm{e}^{-\mu|\vec{r}-\vec{r}\,'|}}{\mu|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\rho(\vec{r}\,') \tag{2.23}$$

Die ersten beiden Terme stammen dabei aus einem Skyrme-Potential, das sich aus einer effektiven Zweiteilchen-Wechselwirkung, die aus einer δ-Kraft und einer dichteabhängigen δ-Kraft besteht, ergibt. Der dritte Term stellt ein Yukawa-Potential dar. Für Protonen kommt noch ein Coulomb-Beitrag hinzu, der im Rahmen dieser Arbeit allerdings vernachlässigbar ist. Für die Parameter verwenden wir:

$$t_0 = -1124\,\text{MeV fm}^3 \quad t_3 = 2037\,\text{MeV fm}^4 \quad \tau = \frac{4}{3}$$

$$V_0 = -378\,\text{MeV} \quad \mu = 2.175\,\text{fm}^{-1}$$

Damit ergibt sich für unendlich ausgedehnte Kernmaterie eine Sättigungsdichte ρ_0=0.17/fm^3 bei einer Kompressibilität K=238 MeV und einer Bindungsenergie von 16 MeV pro Nukleon.
Da in die Bewegungsgleichungen der Gradient des Potentials U aus Gleichung (2.23) eingeht, ist es notwendig, eine hinreichend glatte Dichteverteilung $\rho(\vec{r})$ zu verwenden. Diese Dichteverteilung wird auf einem Gitter mit Kantenlänge 1 fm bestimmt. Bei einer Testteilchenzahl, die aus technischen Gründen für schwere Kerne auf 200 bis 1000 beschränkt ist, tragen pro Gitterpunkt bei Dichte ρ_0 lediglich 34 bis 170 Testteilchen zur Dichte bei, was zu sehr großen Schwankungen in der Dichteverteilung insbesondere am Kernrand führt. Aus diesem Grund werden die Testteilchen für die Berechnung der Dichte nicht als Punktteilchen angenommen, sondern als Gauß-Pakete. Somit erhalten wir eine geschmierte Dichte $\tilde{\rho}$, die gegeben ist als:

$$\tilde{\rho}(\vec{r}) = \frac{1}{N}\sum_i \frac{1}{(2\pi\,\Delta^2)^{3/2}} e^{\frac{-(\vec{r}-\vec{r_i})^2}{2\Delta^2}} \tag{2.24}$$

$$\Delta = 1\,\text{fm}$$

In Abbildung 2.1 ist nun dargestellt wie die zeitliche Entwicklung eines ruhenden ^{40}Ca-Kerns in unserem Programm aussieht. Initialisiert wurde mit einer Dichteverteilung aus einer Hartree-Fock-Rechnung, wobei die Impulse nach Gleichung (2.19) unter Benutzung der ungeschmierten Anfangsdichte verteilt wurden.
Man sieht, daß die zeitlichen Schwankungen der Dichteverteilung im 10%-Bereich liegen. Wir können also davon ausgehen, daß im Anfangszustand ein stabiler Kern vorliegt. Für die Gamma-Kern-Reaktion ist insbesondere die initialisierte Dichteverteilung entscheidend, da das Gamma von einem Nukleon absorbiert wird bevor die Zeitentwicklung des Systems einsetzt.
Die geschmierte Dichteverteilung zeigt an der Oberfläche eine deutliche Abweichung von der Testteilchenverteilung. Für die hier betrachtete Gamma-Kern-Reaktion ist dies jedoch nicht sonderlich relevant, da sowohl die mit

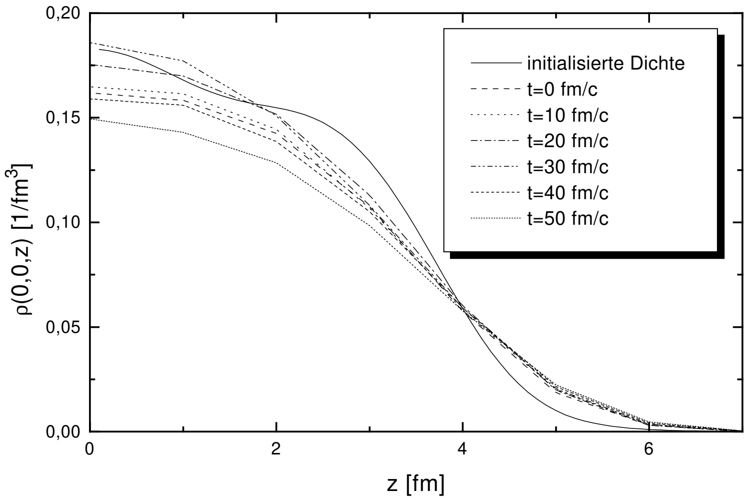


Abbildung 2.1: Zeitliche Entwicklung der Dichteverteilung eines ^{40}Ca-Kerns im BUU-Programm. Der Unterschied zwischen der initialisierten Dichte und der zum Zeitpunkt t=0 ergibt sich aufgrund der Verschmierung (Gleichung (2.24)).

der geschmierten Dichte berechneten Potentiale als auch die Pauli-Blocking-Funktionen die Reaktionsdynamik nur unwesentlich beeinflußen. Entscheidend ist vielmehr die wirkliche Verteilung der Testteilchen, die in den Kollisionsterm eingeht.
Mit der diskutierten Initialisierung lassen sich auch die Bindungsenergien von Kernen zufriedenstellend wiedergeben. Als Maßstab muß dabei ein Tröpfchenmodell dienen, das einen Volumen-, Oberflächen- und Coulomb-Term beinhaltet, da darüber hinausgehende Beiträge in einem semi-klassischen Transportmodell nicht berücksichtigt werden können. Für ^{40}Ca ergibt sich mit dem BUU-Modell eine Bindungsenergie von -8.4 MeV pro Nukleon. Dies entspricht genau dem Wert des Tröpfchenmodells mit den Parametern aus [15]. Für ^{208}Pb erhalten wir -9.8 MeV (Tröpfchenmodell: -8.9 MeV).
In Abbildung 2.2 wird die zeitliche Schwankung der Dichteverteilung für ver-

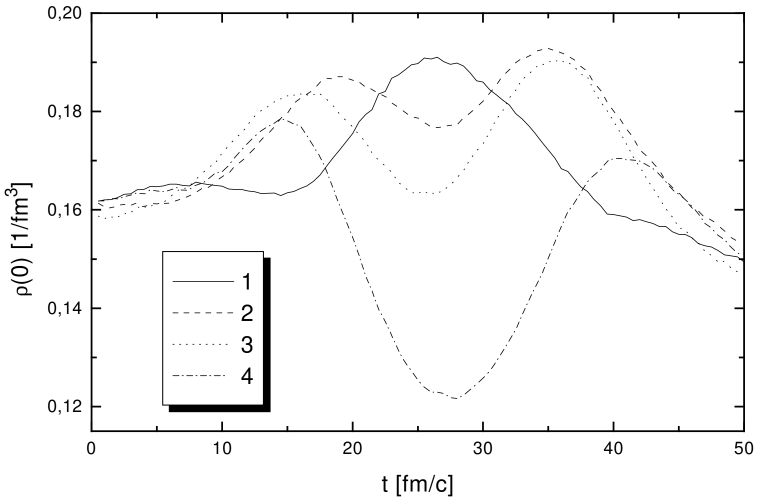


Abbildung 2.2: Schwankungen der Dichteverteilung mit verschiedenen Initialisierungen. Die durchgezogene Linie entspricht der Initialisierung in Abbildung 2.1. Die Striche (2) ergeben sich, wenn der Fermi-Impuls mit der geschmierten Anfangsdichte berechnet wird. Für die Punkte (3) wurde eine Woods-Saxon-Verteilung gemäß Gleichung (2.18) initialisiert. Die Strich-Punkte (4) entsprechen einer Initialisierung im Impulsraum nach Gleichung (2.22).

schiedene Möglichkeiten der Initialisierung verglichen. Hierzu wird die Dichte im Schwerpunkt des Kerns als Funktion der Zeit betrachtet. Man erkennt, daß eine Initialisierung der Impulse gemäß Gleichung (2.22) ausscheidet, da diese zu sehr großen Schwankungen führt. Der Grund hierfür liegt darin, daß der Fermi-Impuls aus Gleichung (2.22) am Kernrand deutlich größer als in der lokalen Thomas-Fermi-Näherung ist. Die anderen Initialisierungen liefern dagegen akzeptable Schwankungen der Dichteverteilung.
Abgesehen von der $\Delta(1232)$-Resonanz nehmen wir für alle Nukleonenresonanzen das Nukleonenpotential aus Gleichung (2.23) an.

Das Deltapotential wird angesetzt als [16]:

$$U_\Delta(\rho) = U_{\Delta,0}\,\frac{\rho}{\rho_0} \quad , \tag{2.25}$$

wobei - abgesehen von Testzwecken -

$$U_{\Delta,0} = -30\,\mathrm{MeV}$$

verwendet wird.
Die Mesonen bewegen sich nur im Coulomb-Potential und spüren kein hadronisches Potential.

2.2.4 Der Kollisionsterm

Der numerischen Realisation des Kollisionsterms liegt eine geometrische Interpretation des Wirkungsquerschnittes zugrunde. Eine Möglichkeit wäre, die Wahrscheinlichkeit p für den Stoß zweier Teilchen gemäß

$$p(b) = \Theta(\sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} - b)$$

zu bestimmen, wobei mit b der Stoßparameter der beiden Teilchen, also der minimale Abstand in ihrem Schwerpunktsystem, und mit σ ihr Wirkungsquerschnitt bezeichnet sind. Diese Methode ist allerdings numerisch sehr aufwendig und physikalisch problematisch, da der Wirkungsquerschnitt σ für Nukleon-Resonanz-Stösse nicht nach oben beschränkt ist und somit eine Resonanz zunächst mit jedem beliebig weit entfernten Nukleon stoßen könnte. Deshalb ist es sinnvoller, p anzusetzen als:

$$p(b) = \frac{\sigma}{\pi\, b_{max}^2}\,\Theta(b_{max} - b) \quad , \tag{2.26}$$

wobei b_{max} der maximale für einen Stoss zulässige Stoßparameter ist. Die Wahl von b_{max} ermöglicht zudem die - wenn auch sehr einfache - Berücksichtigung von Abschirmeffekten im Medium. Die Abschirmung kommt zustande, weil die Wechselwirkung zwischen Baryonen durch Austausch virtueller Mesonen geschieht, die im Medium einer starken Absorption unterliegen. Eine natürliche Wahl von b_{max} für Nukleon-Resonanz-Kollisionen entspricht deshalb ungefähr dem Abstand zweier benachbarter Nukleonen:

$$b_{max}^{NR}(\rho) = \sqrt[3]{\frac{\rho_0}{\rho}}\,1.6\,\mathrm{fm} \tag{2.27}$$

Bei Dichte ρ_0 korrespondiert zu diesem Stoßparameter ein Wirkungsquerschnitt von $80.4\,\mathrm{mb}$.

Für Nukleon-Nukleon- und Meson-Nukleon-Kollisionen ist der Wirkungsquerschnitt nach oben beschränkt, so daß wir hier dichteunabhängig

$$b_{max} = \sqrt{\frac{\sigma_{max}}{\pi}} \tag{2.28}$$

verwenden. Im Fall des Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnittes ist dies der oben beschriebenen Methode äquivalent, da der Wirkungsquerschnitt immer kleiner als 80.4 mb ist. Der Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitt beträgt maximal etwa 200 mb. Diese Reaktion wird jedoch nicht abgeschirmt, da hier die Wechselwirkung im wesentlichen durch Absorption des Pions und Anregung einer Nukleonenresonanz und nicht durch den Austausch von Teilchen erfolgt.
Falls nun zwei Teilchen einen Stoßparameter haben, der kleiner ist als b_{max}, muß der Zeitschritt festgelegt werden, in dem eine mögliche Kollision der beiden Teilchen stattfindet. Ein Algorithmus, der den Zeitpunkt der Kollision im Laborsystem unter Berücksichtigung relativistischer Effekte festlegt, findet sich in [17] und ist im Anhang A dargestellt.
Mögliche Kollisionen in dem verwendeten BUU-Modell sind nun:

$$\begin{array}{rcll} N\,N & \rightarrow & N\,N & \\ N\,N & \leftrightarrow & N\,R & \\ N\,N & \leftrightarrow & N\,N\,\pi & (\mathrm{S-Welle}) \\ N\,R & \rightarrow & N\,R' & \\ m\,N & \leftrightarrow & R & \\ \pi\,\pi & \leftrightarrow & m^* & , \end{array}$$

wobei R eine Baryonenresonanz, m ein Meson und m^* eine Mesonenresonanz bezeichnen. Auf die hierzu benötigten Wirkungsquerschnitte und Zerfallsbreiten wird in Kapitel 3 eingegangen.
Für eine Resonanz wird in jedem Zeitschritt die Zerfallswahrscheinlichkeit gemäß:

$$P = \mathrm{e}^{-\frac{\Gamma\,\Delta t}{\gamma}} \tag{2.29}$$

$$\mathrm{mit} \quad \gamma = \frac{E_R}{M_R}$$

berechnet, wobei Γ die jeweilige Breite der Resonanz bezeichnet.

2.2.5 Das Pauli-Blocking

Im Kollisionsterm muß berücksichtigt werden, daß auslaufende Nukleonen pauli-geblockt sein können. Um jeden Punkt des Phasenraums $(\vec{r}, \vec{p})$ legen

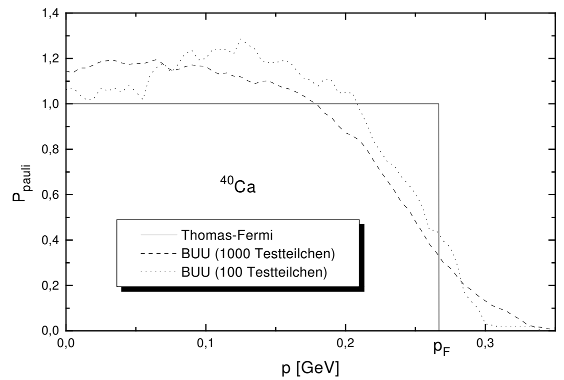


Abbildung 2.3: Pauli-Blocking-Wahrscheinlichkeit im Schwerpunkt eines ^{40}Ca-Kerns

wir im Ortsraum einen Würfel mit Kantenlänge 3 fm und im Impulsraum eine Kugel mit Radius q_0=0.45/fm=89 MeV. Diese Wahl des Phasenraumvolumens berücksichtigt zum einen die Unschärferelation und stellt zum anderen den lokalen Charakter des Pauli-Blockings sicher. Ein kleineres Volumen ist nicht sinnvoll, da dann die statistischen Fluktuationen aufgrund der endlichen Anzahl von Testteilchen zu groß werden.
Die Anzahl $N(\vec{r}, \vec{p})$ der Nukleonen in diesem Phasenraumvolumen ist nun unter Berücksichtigung der Schmierung im Ortsraum gegeben als:

$$N(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{N} \int_{\Delta V_r} d^3r' \sum_i \Theta(q_0 - |\vec{p} - \vec{p}_i|) \frac{1}{(2\pi\,\Delta^2)^{3/2}} \mathrm{e}^{\frac{-(\vec{r}' - \vec{r}_i)^2}{2\Delta^2}} \quad , \tag{2.30}$$

wobei N die Anzahl der Ensembles und ΔV_r das Volumen des Würfels im Ortsraum bezeichnen.
Die maximale Anzahl N_{max} an Nukleonen, die in das angesprochene Phasenraumvolumen „hineinpassen“, ist im Fall von spin- und isospinsymmetrischer Kernmaterie gegeben durch:

$$N_{max} = 4\,\Delta V_p\,\Delta V_r = 4\,\frac{\frac{4}{3}\,\pi\,(0.45\,\mathrm{fm}^{-1})^3}{(2\,\pi)^3}\,(3\,\mathrm{fm})^3 \approx \frac{1}{6} \tag{2.31}$$

Somit erhalten wir als Wahrscheinlichkeit P_{pauli}, daß ein nach $(\vec{r}, \vec{p})$ gestreutes Nukleon pauli-geblockt ist:

$$P_{pauli} = 6 \cdot N(\vec{r}, \vec{p}) \tag{2.32}$$

Da im Fall der Gamma-Kern-Reaktion der Kern im wesentlichen im Grundzustand verbleibt, können wir annehmen, daß zu gegebener Dichte die Fermi-Kugel vollständig besetzt ist. Dann ist P_{pauli} gegeben als:

$$P_{pauli} = \Theta(p_F - |\vec{p}|) \quad , \tag{2.33}$$

mit p_F aus Gleichung (2.19). In Abbildung 2.3 werden die Pauli-Blocking-Wahrscheinlichkeiten aus den Gleichungen (2.32) und (2.33) am Beispiel eines ruhenden ^{40}Ca-Kerns verglichen. Man sieht, daß die mit dem BUU-Programm bestimmte Pauli-Blocking-Funktion bei kleinen Testteilchenzahlen große statistische Fluktuationen zeigt. Verglichen mit der analytischen Funktion aus Gleichung (2.33) ergibt sich eine Verschmierung der Fermi-Kante aufgrund der endlichen Größe des betrachteten Impulsraumvolumens.

Kapitel 3

Wirkungsquerschnitte

In diesem Kapitel gehe ich auf die Parametrisierung der elementaren Nukleon-Nukleon- und Meson-Nukleon-Wirkungsquerschnitte ein. Bisher enthielt das BUU-Modell als angeregte Nukleonenzustände das $\Delta(1232)$, das $N(1440)$ und das $N(1535)$. Zum Gammaabsorptionsquerschnitt am Nukleon tragen in dem hier betrachteten Energiebereich neben dem $\Delta(1232)$ aber auch vor allem das $N(1520)$ und das $N(1680)$ bei [18]. Deshalb wurde im Rahmen dieser Arbeit das BUU-Modell um alle bekannten Resonanzen bis zu einer Masse von etwa 2 GeV erweitert. Dies erfordert die Kenntnis der Wechselwirkung dieser Resonanzen mit Nukleonen, vor allem der $NR \to NN$-Wirkungsquerschnitte, welche unter Ausnutzung der Zeitumkehrinvarianz aus den $NN \to NR$-Wirkungsquerschnitten gewonnen werden können. Außerdem werden die $mN \to R$-Wirkungsquerschnitte benötigt. Zunächst wird deshalb auf die allgemeine Form der Resonanzproduktions-Wirkungsquerschnitte und die Eigenschaften der Resonanzen eingegangen, um dann den $NN \to NN\pi$-Wirkungsquerschnitt in die einzelnen Resonanzbeiträge zu zerlegen.

3.1 Resonanzproduktion

Es gibt grundsätzlich zwei verschiedene Prozesse, bei denen eine Baryonenresonanz als intermediäres Teilchen auftreten kann. Diese sind in Abbildung 3.1 dargestellt. Die durchgezogenen Linien stehen dabei für Baryonen, die gestrichelten können Mesonen, aber zum Beispiel auch Photonen sein.
Für den in a) dargestellten Prozeß schreibt sich der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{ab\to cd}$ im Schwerpunktsystem der Teilchen a und b als :

$$d\sigma_{ab\to cd} = \frac{(2\pi)^4}{4\,p_i\,\sqrt{s}}\,\delta^4(p_a+p_b-p_c-p_d)\overline{|\mathcal{M}_{ab\to cd}|^2}\frac{d^3p_c}{(2\pi)^3\,2E_c}\frac{d^3p_d}{(2\pi)^3\,2E_d} \quad , \tag{3.1}$$

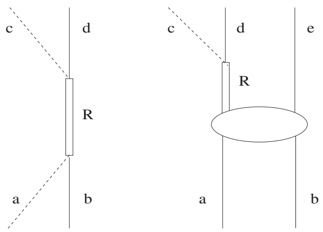


Abbildung 3.1: Graphen zur Resonanzproduktion

wobei p_i der Schwerpunktsimpuls, $\sqrt{s}$ die invariante Masse der einlaufenden Teilchen und $\overline{|\mathcal{M}_{ab\to cd}|^2}$ das über die Spins der auslaufenden Teilchen c d summierte und über die Spins der einlaufenden Teilchen a b gemittelte quadrierte Matrixelement sind.
Im Rahmen des BUU-Modells werden nun Resonanzen nicht mehr ausschließlich als intermediäre Teilchen betrachtet, sondern als gewöhnliche Teilchen, die aber einem statistischen Zerfallsgesetz unterworfen sind. Die in Abbildung 3.1 a) dargestellte Reaktion wird also als Zweistufenprozeß betrachtet. Zuerst bilden Teilchen a und b in einem Stoß die Resonanz R, die dann solange propagiert, bis sie zerfällt. Voraussetzung für dieses Modell ist, daß das Matrixelement $\mathcal{M}_{ab\to cd}$ in guter Näherung faktorisiert:

$$\overline{|\mathcal{M}_{ab\to cd}|^2} = \overline{|\mathcal{M}_{ab\to R}|^2}\,|P_R|^2\,\overline{|\mathcal{M}_{R\to cd}|^2} \tag{3.2}$$

$$\text{mit} \quad P_R = \frac{1}{s - M_R^2 + \Pi} \quad , \tag{3.3}$$

wobei Π die Selbstenergie der Resonanz darstellt und im Vakuum durch ihre Zerfallsbreite Γ_{tot} in ihrem Ruhesystem ausgedrückt werden kann:

$$\Pi = \mathrm{i}\,\sqrt{s}\,\Gamma_{tot}$$

Für spinlose Teilchen ist der Propagator in Gleichung (3.3) exakt, und die Näherung in Gleichung (3.2) entspricht gerade der Bornschen Näherung, falls der Austauschgraph vernachlässigbar ist und ansonsten in gleicher Ordnung Störungstheorie keine weiteren Diagramme beitragen. Für Teilchen mit Spin enthalten die Gleichungen (3.2) und (3.3) die Näherung, daß Effekte aufgrund der Teilchenspins klein sind.
Die in (3.2) auftauchenden Matrixelemente können nun durch die entsprechenden Partialbreiten der Resonanz in deren Ruhesystem ausgedrückt werden, beispielsweise:

$$\Gamma_{R\to ab} = \frac{p_{ab}}{8\,\pi\,s}\overline{|\mathcal{M}_{R\to ab}|^2} \quad , \tag{3.4}$$

wobei mit p_{ab} der Schwerpunktsimpuls der Teilchen a und b bezeichnet ist. Die Gleichung (3.4) gilt exakt nur, wenn die Resonanz R in ihrem Ruhesystem isotrop in die Teilchen a und b zerfällt. Dies gilt im allgemeinen nur für spinlose Resonanzen.
Beachtet man die Summe über die Spins der auslaufenden Teilchen und Mittelung über die Spins der einlaufenden Teilchen:

$$\overline{|\mathcal{M}_{ab\to R}|^2} = \frac{2J_R + 1}{(2S_a+1)(2S_b+1)}\overline{|\mathcal{M}_{R\to ab}|^2} \quad ,$$

so ergibt sich nun Gleichung (3.1) nach Integration zu der bekannten Breit-Wigner-Formel:

$$\sigma_{ab\to R\to cd} = \frac{2J_R+1}{(2S_a+1)(2S_b+1)}\,\frac{4\pi}{p_i^2}\,\frac{s\,\Gamma_{R\to ab}\,\Gamma_{R\to cd}}{(s-M_R^2)^2 + s\,\Gamma_{tot}^2} \tag{3.5}$$

Der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma_{ab\to R}$ ergibt sich dann als Summe über alle möglichen Endzustände c d.
Im BUU-Modell wird der Isospinfreiheitsgrad der Teilchen explizit berücksichtigt, das heißt, jedes Testteilchen hat eine definierte elektrische Ladung, um Effekten, die sich aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung oder isospinunsymmetrischer Anfangszustände ergeben, Rechnung zu tragen. Über die Spins der Teilchen wird dagegen stets gemittelt, da dieser Freiheitsgrad einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Reaktionsdynamik hat. Aus diesem Grund tauchen in den Wirkungsquerschnitten statistische Faktoren aus der Spin-Mittelung auf, während der Isospin durch explizite Faktoren, die sich aus der Kopplung der beteiligten Isospins ergeben, berücksichtigt wird. In Gleichung (3.5) sind diese Faktoren in den Partialbreiten $\Gamma_{R\to ab}$ und $\Gamma_{R\to cd}$ enthalten.
Die in Abbildung 3.1 b) dargestellte Reaktion läßt sich in analoger Weise zu dem oben diskutierten Prozeß behandeln. Ausgehend von

$$\begin{aligned} d\sigma_{ab\to cde} &= \frac{(2\pi)^4}{4\,p_i\,\sqrt{s}}\,\delta^4(p_a+p_b-p_c-p_d-p_e)\overline{|\mathcal{M}_{ab\to cde}|^2} \\ &\quad \times \frac{d^3p_c}{(2\pi)^3\,2E_c}\,\frac{d^3p_d}{(2\pi)^3\,2E_d}\,\frac{d^3p_e}{(2\pi)^3\,2E_e} \end{aligned} \tag{3.6}$$

und der Annahme [1] , daß

$$\overline{|\mathcal{M}_{ab\to cde}|^2} = \overline{|\mathcal{M}_{ab\to Re}|^2}\,|P_R|^2\,\overline{|\mathcal{M}_{R\to cd}|^2} \quad , \tag{3.7}$$

[1] Im Vergleich mit a) kommt hier, falls d und e identische Teilchen sind, die Annahme hinzu, daß Interferenzterme vernachlässigt werden. Der Symmetriefaktor kürzt sich dann gegen die Anzahl der Diagramme, die den gleichen Beitrag liefern.

ergibt sich:

$$\sigma_{ab\to cde} =$$
$$\underbrace{\int\int \frac{(2\pi)^4}{4\,p_i\,\sqrt{s}}\,\delta^4(p_a+p_b-p_R-p_e)\overline{|\mathcal{M}_{ab\to Re}|^2}\frac{d^3p_e}{(2\pi)^3\,2E_e}\frac{d^3p_R}{(2\pi)^3\,2E_R}}_{=\sigma_{ab\to Re}(\mu)}$$
$$\times \underbrace{\int \overline{|\mathcal{M}_{R\to cd}|^2}\delta^4(p_R-p_c-p_e)\frac{d^3p_c}{(2\pi)^3 2\,E_c}\frac{d^3p_d}{(2\pi)^3 2\,E_d}}_{=\frac{2\mu}{(2\pi)^4}\Gamma_{R\to cd}}$$
$$\times \frac{1}{(\mu^2-M_R^2)^2+\mu^2\,\Gamma_{tot}^2}\,(2\pi)^3\,2\underbrace{E_R\,dE_R}_{=\mu\,d\mu}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma_{ab\to Re\to cde}}{d\mu} = \sigma_{ab\to Re}(\mu)\,\frac{2}{\pi}\,\frac{\mu^2\,\Gamma_{R\to cd}}{(\mu^2-M_R^2)^2+\mu^2\,\Gamma_{tot}^2} \qquad (3.8)$$

mit

$$\sigma_{ab\to Re}(\mu) = \frac{1}{64\,\pi^2\,s\,p_i}\int d\Omega\,p_f\,\overline{|\mathcal{M}_{ab->Re}(\mu)|^2} \qquad (3.9)$$

Dabei sind die invariante Masse der Resonanz nun mit μ (für den in Abbildung 3.1 a) dargestellten Prozeß entsprach diese Größe gerade $\sqrt{s}$) und der Schwerpunktsimpuls von R und e mit p_f bezeichnet.

3.2 Resonanzeigenschaften

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen zur Resonanzproduktion erfolgt nun eine Diskussion der Eigenschaften der in unserem Modell verwendeten Nukleonenresonanzen. In Tabelle 3.1 sind diese mit ihren Quantenzahlen und Zerfallsbreiten aufgelistet. Die Bezeichnungsweise $L_{2I\cdot 2J}$ ist die aus der Atomphysik bekannte, wobei L den Drehimpuls des Pion-Nukleon-Systems, I den Isospin und J den Spin der Resonanz angeben. Der Zahlenwert in Klammern ist die Resonanzmasse M_R in MeV[2]. Anzumerken ist, daß nur diejenigen Resonanzen berücksichtigt wurden, deren Status in [18] mit vier Sternen bewertet wurde, deren Existenz demnach als gesichert gilt. Die angegebenen Breiten und Partialbreiten, insbesondere die Aufschlüsselung des Zwei-Pionen-Kanals, sind dennoch mit großen Unsicherheiten behaftet. Die verwendeten Werte stimmen - soweit vorhanden - mit den Empfehlungen in [18] überein.

[2]Die $S_{11}(1535)$-Resonanz erhält aufgrund neuer Messungen eine Masse von 1544 MeV [19].

Resonanz	Breite [MeV]	Zerfallswahrscheinlichkeiten [%]					
		N π	N η	N $\pi\pi$			
				$\Delta\pi$	N ρ	N $(\pi\pi)^{I=0}_{S-Welle}$	$N(1440)\pi$
$P_{33}(1232)$	120	100	0	0	0	0	0
$P_{11}(1440)$	350	65	0	25	5	5	0
$D_{13}(1520)$	120	55	0	20	20	5	0
$S_{11}(1535)$	203	50	45	0	2	0	3
$S_{31}(1620)$	150	25	0	55	20	5	0
$S_{11}(1650)$	150	80	0	6	14	0	0
$D_{15}(1675)$	150	45	0	55	0	0	0
$F_{15}(1680)$	130	65	0	10	10	15	0
$D_{33}(1700)$	300	15	0	45	40	0	0
$P_{13}(1720)$	150	20	0	25	80	0	0
$F_{35}(1905)$	350	10	0	10	80	0	0
$P_{31}(1910)$	250	25	0	25	50	0	0
$F_{37}(1950)$	300	75	0	20	5	0	0

Tabelle 3.1: Zerfallsbreiten und -kanäle der verwendeten Nukleonenresonanzen. Die Daten sind aus [18] und [19] (für die $S_{11}(1535)$-Resonanz).

Wenn wir Resonanzen als normale Teilchen behandeln, müssen wir der Tatsache Rechnung tragen, daß sie aufgrund ihrer endlichen Lebensdauer keine scharfe Masse besitzen können. Dies kommt auch in den Resonanzproduktions-Wirkungsquerschnitten (3.5) und (3.8) zum Ausdruck, da die Resonanz auch „off-shell" zum Wirkungsquerschnitt beiträgt. Deshalb kann in unserem Modell eine Resonanz eine beliebige Masse M besitzen. Natürlich wird die Wahrscheinlichkeit eine Resonanz mit einer Masse M zu produzieren immer kleiner je weiter M von M_R enfernt ist.
Die angegebenen Breiten und Zerfallswahrscheinlichkeiten gelten für eine Resonanz, deren Masse M genau M_R entspricht. Da die Breiten als Funktion von M jedoch nicht konstant sind, ist es nötig diese zu parametrisieren.

3.2.1 Die Einpionenbreite

Ein häufig verwendete Parametrisierung der Einpionenzerfallsbreite ist [2]:

$$\Gamma(q) = \Gamma_0\left(\frac{q}{q_r}\right)^{2l+1}\left(\frac{q_r^2+c^2}{q^2+c^2}\right)^{l+1} \qquad (3.10)$$

mit

$$c^2 = (M_R-M_N-m_\pi)^2+\frac{\Gamma_0^2}{4} \qquad (3.11)$$

Dabei sind q der Pionenimpuls im Schwerpunktsystem der Resonanz mit Masse M, q_r der Pionenimpuls im Schwerpunktsystem der Resonanz mit Masse M_R, l der Drehimpuls des Pion-Nukleon Systems in Einheiten von $\hbar$, M_N die Nukleonenmasse und m_π die Pionenmasse. Gegenüber [2] habe ich die Potenz der Abschneidefunktion verändert und nehme $l+1$ anstelle von $(l+1)/2$, um zu verhindern, daß die Breiten für große Massen divergieren. Der Faktor

$$q^{2l+1}$$

stammt aus dem Phasenraum, der proportional q ist (siehe Gleichung (3.4)), und dem Matrixelement, das mit q^l geht. Die Abschneidefunktion ist jedoch zunächst völlig beliebig.

In der vorliegenden Arbeit hat sich gezeigt (siehe Kapitel 6), daß die Ergebnisse für den totalen Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt am Kern im Bereich der $\Delta(1232)$-Resonanz stark von der Parametrisierung der Breite dieser Resonanz abhängen. Deshalb betrachten wir den P_{33}-Multipol T der elastischen π-N-Streuung [20] und vergleichen die Beiträge der $\Delta(1232)$-Resonanz, die sich mit verschiedenen Parametrisierungen der Deltabreite ergeben, wobei als Resonanzbeitrag eine Breit-Wigner-Formel:

$$T_{Res} = \frac{\sqrt{s}\,\Gamma}{s - M_\Delta^2 - \mathrm{i}\,\Gamma\,\sqrt{s}} \tag{3.12}$$

angesetzt wird. Dies ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Die sogenannte Moniz-Parametrisierung der Deltabreite [21] ist dabei gegeben als:

$$\Gamma_{Moniz}(q) = \Gamma_0 \frac{M_\Delta}{M} \left(\frac{q}{q_r}\right)^3 \left(\frac{q_r^2 + c^2}{q^2 + c^2}\right)^2 \tag{3.13}$$

$$c = 0.3\,\mathrm{GeV}$$

Der hier auftauchende Faktor M_Δ/M dient der Verbesserung des Fits. Dmitriev [22] verwendet demgegenüber eine schwächere Abschneidefunktion:

$$\Gamma_{Dmitriev}(q) = \Gamma_0 \left(\frac{q}{q_r}\right)^3 \frac{q_r^2 + c^2}{q^2 + c^2} \tag{3.14}$$

$$c = 0.2\,\mathrm{GeV}$$

Außerdem habe ich eine Breitenparametrisierung der Form

$$\Gamma_{Test}(q) = \Gamma_0 \left(\frac{q}{q_r}\right)^3 \frac{q_r^3 + c^3}{q^3 + c^3} \tag{3.15}$$

$$c = 0.1\,\mathrm{GeV}$$

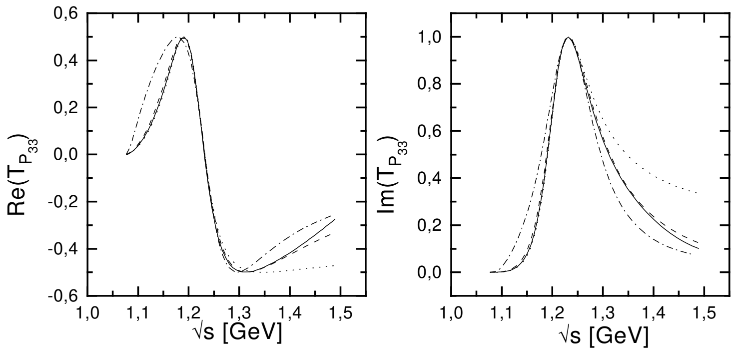


Abbildung 3.2: P_{33}-Multipol der π-N-Streuung. Dargestellt sind Real- und Imaginärteil der Breit-Wigner-Formel aus Gleichung (3.12) mit verschiedenen Breitenparametrisierungen. Die Striche ergeben sich mit der Moniz-Parametrisierung (3.13), die Punkte mit der Dmitriev-Parametrisierung (3.14) und die Strich-Punkte mit einer testweise verwendeten Parametrisierung (3.15). Die durchgezogene Linie entstammt einer Multipolanalyse aus [20].

zu Testzwecken verwendet. Aus Abbildung 3.2 erkennt man, daß die Moniz-Parametrisierung den aus den experimentellen Daten gewonnenen Multipol am besten beschreibt, wobei vorausgesetzt ist, daß nichtresonante Untergrundterme vernachlässigbar klein sind. Der Multipol ließe sich auch unter Verwendung der Dmitriev-Parametrisierung beschreiben, wenn man einen Untergrundterm berücksichtigt, der für $\sqrt{s}$ kleiner als 1.3 GeV sehr klein ist und dann negativ mit dem Deltabeitrag interferiert. Dies erscheint aber unwahrscheinlich, insbesondere wenn man berücksichtigt, daß sich der Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitt über einen großen Energiebereich in sehr guter Näherung als Summe von Breit-Wigner-Resonanzbeiträgen schreiben läßt (siehe Kapitel 3.2.3). Eine Parametrisierung der Form (3.15) eignet sich demgegenüber keinesfalls dazu, die Deltabreite zu beschreiben. In Abbildung 3.3 sind die drei verwendeten Breitenparametrisierungen dargestellt, um ihren funktionalen Verlauf und ihre Unterschiede deutlich zu machen. Dabei ist zu beachten, daß der starke Anstieg der Breite mit der Deltamasse im Bereich der Resonanzlage notwendig ist, um den Multipol zu beschreiben.

Auf die Parametrisierung der Einpionen-Breite wie auch der Eta-Breite der

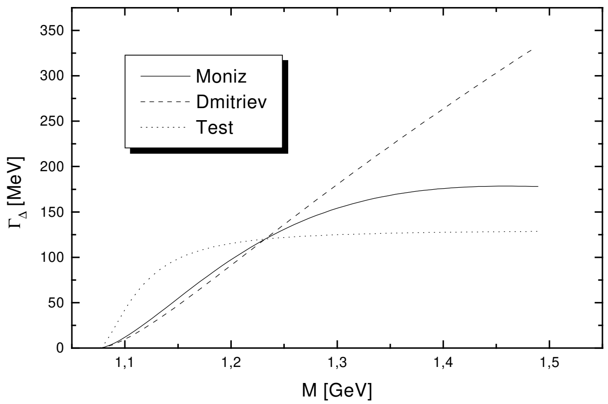


Abbildung 3.3: Parametrisierungen der Deltabreite

$N(1535)$-Resonanz werde ich in Kapitel 5.2 eingehen, da diese Parametrisierung in Zusammenhang mit einer Anpassung an den $\gamma N \to N\eta$-Wirkungsquerschnitt geschieht.
Für die übrigen Resonanzen reicht eine Parametrisierung der Form aus Gleichung (3.10) im Rahmen dieser Arbeit vollkommen aus, da die exakte funktionale Form von $\Gamma(M)$ keinen großen Einfluß auf die Resonanzproduktions-Wirkungsquerschnitte (3.5) und (3.8) hat.

3.2.2 Die Zweipionenbreite

Mit größer werdender Resonanzmasse wird der Zweipionenkanal für den Zerfall immer bedeutsamer wie aus Tabelle 3.1 ersichtlich ist. Dieser Zerfall wird als Zweistufenprozeß aufgefaßt:

$$R \to r\, a \to N\,\pi\,\pi \quad ,$$

wobei r für eine Nukleonen- oder Mesonen-Resonanz steht und a entsprechend ein Pion oder Nukleon ist. Da es sich also wieder um einen Resonanzproduktions-Prozeß handelt, können wir auf die in Kapitel 3.1 erläuterten Formeln zur Resonanzproduktion (Gleichung (3.8)) zurückgreifen. Wie

Meson	I	J	M [Mev]	Γ [MeV]
π	1	0	138	0
η	0	0	547.5	0
ρ	1	1	770	150
σ	0	0	800	800

Tabelle 3.2: Parameter der verwendeten Mesonen

üblich wird die Breite zusätzlich mit einer Abschneidefunktion versehen:

$$\begin{aligned}\Gamma_{R\to r\,a}(M) &= \frac{k}{M}\int_0^{M-m_a} d\mu\, p_f\, \frac{2}{\pi}\frac{\mu^2\,\Gamma_{r,tot}(\mu)}{(\mu^2-m_r^2)^2+\mu^2\,\Gamma_{r,tot}^2(\mu)} \\ &\quad\times\frac{(M_R-M_N-2m_\pi)^2+c^2}{(M-M_N-2m_\pi)^2+c^2} \qquad (3.16)\end{aligned}$$

$$c = 0.3\,\mathrm{GeV} \quad ,$$

wobei p_f den Schwerpunktsimpuls von a und r bezeichnet. Die Konstante k folgt aus der Kenntnis von $\Gamma_{R\to r\,a}(M_R)$ (Tabelle 3.1). Die funktionale Form der Abschneidefunktion ist wiederum zunächst völlig beliebig. Die hier gewählte Form gewährleistet ein Verschwinden der Partialbreite für große Resonanzmassen M, da das Integral in Gleichung (3.16) für große Resonanzmassen proportional zu M ist.
Den Zerfall $R \to N(\pi\pi)^{I=0}_{S-Welle}$ betrachten wir als Zerfall der Resonanz in ein Nukleon und eine σ-Resonanz. Die Breiten der Mesonenresonanzen, die in unserem Modell ausschließlich in zwei Pionen zerfallen, werden - analog zu den Breiten der Baryonenresonanzen - wie folgt parametrisiert [23]:

$$\Gamma_r(M) = \Gamma_{0,r}\frac{M_{0,r}}{M}\left(\frac{q}{q_r}\right)^{2J_r+1}\frac{q_r^2+c^2}{q^2+c^2} \qquad (3.17)$$

$$c = 0.3\,\mathrm{GeV} \quad ,$$

wobei $M_{0,r}$ die Masse des Mesons, J_r seinen Spin und $\Gamma_{0,r}$ die Breite auf der Resonanz bezeichnen. Die Parameter der in unserem Modell verwendeten Mesonen sind in Tabelle 3.2 aufgelistet. Da das σ-Meson kein beobachtetes physikalische Teilchen ist, erhält es eine sehr breite Massenverteilung und dient lediglich einer handlichen Parametrisierung des Zweipionenzerfalls. Das π- und η-Meson werden als stabile Teilchen betrachtet, da ihre Lebensdauern weitaus größer sind als die Zeitskala der hier betrachteten Reaktion.

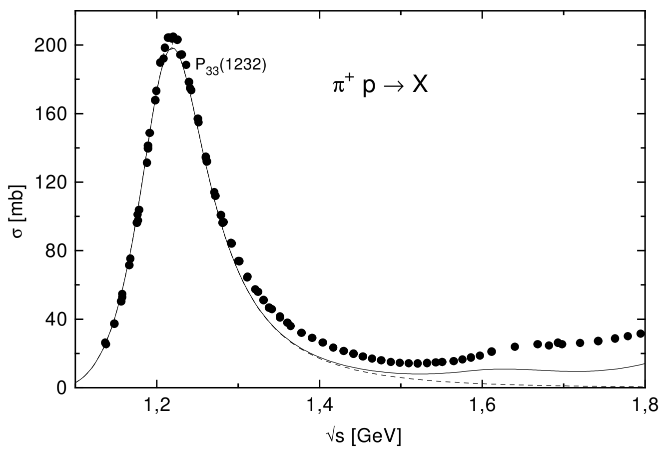


Abbildung 3.4: Der totale Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitt für den Kanal $\pi^+ p$ (durchgezogene Linie). Die Striche geben den Beitrag der $\Delta(1232)$-Resonanz an. Die Daten sind aus [24].

3.2.3 Pionenabsorption am Nukleon

Eine erste Möglichkeit zur Überprüfung der dargestellten Breitenparametrisierungen bietet sich in der Betrachtung des $\pi N \rightarrow X$-Wirkungsquerschnittes. Diesen erhalten wir in unserem Modell als Summe über alle Resonanzbeiträge der Form aus Gleichung (3.5). In Abbildungen 3.4 und 3.5 sind die so gewonnenen Wirkungsquerschnitte für zwei Isospinkanäle im Vergleich mit den experimentellen Daten dargestellt.
Die gute Übereinstimmung erklärt sich zum einen aus der Tatsache, daß die Resonanzparameter in Tabelle 3.1 an diese Wirkungsquerschnitte angepaßt wurden, und zum anderen damit, daß nichtresonanter Untergrund relativ klein ist.

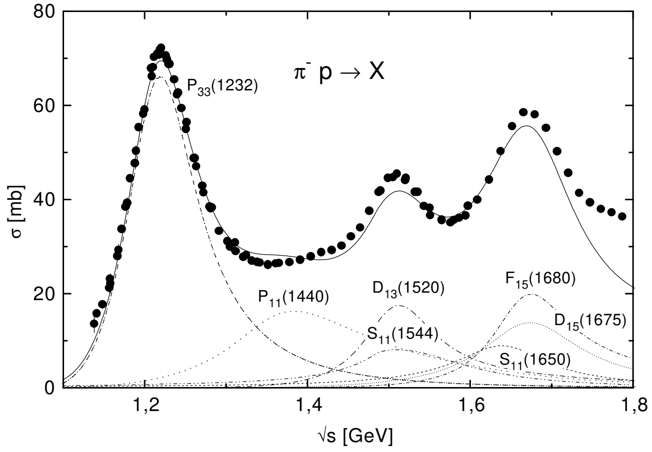
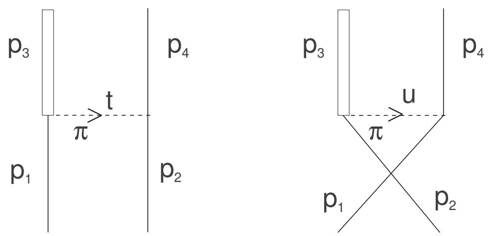


Abbildung 3.5: Der totale Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitt für den Kanal $\pi^- p$. Die Daten sind aus [24].

3.3 Baryon-Baryon-Wirkungsquerschnitte

Da nun die Resonanzparameter festgelegt sind, können wir uns jetzt der Produktion von Resonanzen in Nukleon-Nukleon-Stößen zuwenden, um schließlich Wirkungsquerschnitte für die Wechselwirkung von Resonanzen mit Nukleonen zu erhalten. Dazu ist es notwendig, den $N\,N \rightarrow N\,N\,\pi$-Wirkungsquerschnitt in die verschiedenen Resonanzbeiträge zu zerlegen. Der bei weitem wichtigste Beitrag stammt von der $\Delta(1232)$-Resonanz, für die auch massendifferentielle Wirkungsquerschnitte experimentell bestimmt wurden.
Dmitriev [22] hat im Rahmen eines One-Pion-Exchange (OPE) Modells den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $NN \rightarrow \Delta(1232)N$ an alle verfügbaren experimentellen Daten angepaßt. Allerdings verwendet er - wie in Kapitel 3.2.1 dargelegt - eine Breitenparametrisierung, die die π-N-Streuung nicht so gut wie die Moniz-Parametrisierung beschreibt. Da dies keinen allzu großen Einfluß auf die resultierenden Wirkungsquerschnitte haben sollte, wurde das von Dmitriev verwendete Modell mit allen Parametern übernommen und ledig-



(a) (b)

Abbildung 3.6: Graphen zur Deltaproduktion in N-N Stößen

lich die Breitenparametrisierung geändert. Im folgenden soll kurz erläutert werden, wie man so das Matrixelement $\mathcal{M}_{NN\to\Delta N}$ erhält.

3.3.1 $NN \to \Delta(1232)N$

In erster Ordnung Störungstheorie tragen die beiden in Abbildung 3.6 dargestellten Diagramme zum Wirkungsquerschnitt bei. Die phänomenologischen Lagrangedichten für die Wechselwirkung zwischen Nukleonen, Deltas und Pionen sind nun gegeben als:

$$\mathcal{L}_{NN\pi} = \frac{f_{NN\pi}}{m_\pi}\bar{\Psi}\gamma_5\gamma^\mu\tilde{\tau}\Psi\partial_\mu\tilde{\pi} \tag{3.18}$$

$$\mathcal{L}_{N\Delta\pi} = \frac{f_{N\Delta\pi}}{m_\pi}\left(\bar{\Psi}^\mu_\Delta\tilde{T}\Psi\partial_\mu\tilde{\pi} + h.c.\right) \quad , \tag{3.19}$$

wobei $\Psi(x)$ der Nukleonenspinor, $\Psi^\mu_\Delta(x)$ der Rarita-Schwinger-Spinor des Deltas und $\pi(x)$ das Isovektorfeld des π-Mesons sind. Diese Lagrangedichten gelten für Teilchen, die sich auf ihrer Massenschale befinden. Das intermediäre Pion in Abbildung 3.6 ist jedoch immer off-shell. Um dies zu berücksichtigen, werden die sich aus den Lagrangedichten ergebenden Vertizes mit einem Formfaktor F versehen:

$$F(t) = \frac{\Lambda^2 - m_\pi^2}{\Lambda^2 - t} \quad , \tag{3.20}$$

mit dem quadrierten Vierer-Impuls t des Pions. Für den NN- und $N\Delta$-Vertex wird der gleiche Parameter Λ verwendet, der sich aus einer Anpassung

an die experimentellen Daten ergibt. Im Fall des $N\Delta$-Vertex müssen wir den Formfaktor allerdings noch so modifizieren, daß er konsistent mit der Breitenparametrisierung (3.13) wird, für die wir einen Formfaktor

$$Z(\mu^2, m_\pi^2) = \left(\frac{q^2(M_\Delta^2, m_\pi) + c^2}{q^2(\mu^2, m_\pi) + c^2}\right)^2 \tag{3.21}$$

verwenden, wobei μ die invariante Masse des Deltas bezeichnet. Der Formfaktor F sollte also nicht nur von t, sondern auch von μ abhängen. Ein Ansatz für diesen Formfaktor ist:

$$F(t, \mu^2) = F(t)\sqrt{Z(\mu^2, t)} \quad . \tag{3.22}$$

Durch Anwendung elementarer Feynman-Regeln (siehe Anhang C) kann man nun das quadrierte Matrixelement $\overline{|\mathcal{M}|^2}$ erhalten, wobei wie immer über die Spins der einlaufenden Teilchen gemittelt und über die der auslaufenden summiert wird.

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \overline{|\mathcal{M}_a + \mathcal{M}_b|^2} = \overline{|\mathcal{M}_a|^2} + \overline{|\mathcal{M}_b|^2} + \overline{\mathcal{M}_a^*\mathcal{M}_b} + \overline{\mathcal{M}_a\mathcal{M}_b^*} \tag{3.23}$$

mit

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}_a|^2} &= I_a^2\,\frac{f_{NN\pi}^2 f_{N\Delta\pi}^2}{m_\pi^4}\,\frac{F^2(t)F^2(t,\mu^2)}{(t-m_\pi^2)^2}\,2\,M_N^2\,t\,\left[t - (\mu - M_N)^2\right] \\ &\quad \times \frac{\left[(\mu + M_N)^2 - t\right]^2}{3\mu^2} \end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\overline{|\mathcal{M}_b|^2} = \overline{|\mathcal{M}_a|^2}\;(t \to u, I_a \to I_b) \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned} &\overline{\mathcal{M}_a^*\mathcal{M}_b} + \overline{\mathcal{M}_a\mathcal{M}_b^*} = \\ &\quad I_a\,I_b\,\frac{f_{NN\pi}^2 f_{N\Delta\pi}^2}{4\,m_\pi^4}\,\frac{F(t)F(t,\mu^2)}{t - m_\pi^2}\,\frac{F(u)F(u,\mu^2)}{u - m_\pi^2} \\ &\quad \times 2\,M_N^2\,\frac{1}{2\mu^2}\Big\{-\Big[t\,u + \left(\mu^2 - M_N^2\right)(t+u) - \mu^4 + M_N^4\Big] \\ &\quad \times \Big[t\,u + M_N\,(M_N + \mu)\left(\mu^2 - M_N^2\right)\Big] \\ &\quad + \frac{1}{3}\Big[t\,u - (\mu + M_N)^2\,(t+u) + (M_N + \mu)^4\Big] \\ &\quad \times \Big[t\,u - M_N\,(\mu - M_N)\left(\mu^2 - M_N^2\right)\Big]\Big\} \quad , \end{aligned} \tag{3.26}$$

wobei

$$t = (p_1 - p_3)^2 \;\;,\;\; u = (p_1 - p_4)^2$$

einlaufend	auslaufend	I_a	I_b
$p \quad p$	$n \quad \Delta^{++}$	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
$p \quad p$	$p \quad \Delta^{+}$	$-\sqrt{2/3}$	$\sqrt{2/3}$
$p \quad n$	$p \quad \Delta^{0}$	$-\sqrt{2/3}$	$\sqrt{2/3}$

Tabelle 3.3: Isospinkoeffizienten für $NN \to N\Delta$. Die übrigen Kanäle ergeben sich aus Isospinsymmetrie.

verwendet wurde. Die Isospinfaktoren der beiden Diagramme sind hier mit I_a und I_b bezeichnet und in Tabelle 3.3 für die verschiedenen Kanäle aufgelistet.
Der Parameter Λ sowie die Kopplungskonstanten $f_{NN\pi}$ und $f_{N\Delta\pi}$ werden von Dmitriev wie folgt angegeben:

$$\Lambda = 0.63\,\mathrm{GeV} \quad f_{NN\pi} = 1.008 \quad f_{N\Delta\pi} = 2.202 \quad m_\pi = 0.140\,\mathrm{GeV} \quad . \qquad (3.27)$$

Der Wirkungsquerschnitt ergibt sich dann unter Verwendung von Gleichung (3.8). In Abbildung 3.7 werden die von Dmitriev erhaltenen differentiellen Wirkungsquerschnitte für den Kanal $pp \to n\Delta^{++}$ mit den Wirkungsquerschnitten verglichen, die man bei ansonsten identischen Parametern mit der Moniz-Parametrisierung für die Deltabreite erhält. Man erkennt, daß sich durch die Verwendung der Moniz-Parametrisierung nur geringe Abweichungen ergeben. Da die Moniz-Parametrisierung die Deltabreite für große Massen stärker abschneidet, liegen die massendifferentiellen Wirkungsquerschnitte für große Massen etwas tiefer. Man sieht, daß unsere Modifikation des Wirkungsquerschnittes keine Verschlechterung der Beschreibung der experimentellen Daten bewirkt.
In Abbildung 3.8 ist der totale Wirkungsquerschnitt dargestellt. Für große $\sqrt{s}$ ergibt sich mit der Moniz-Parametrisierung ein etwas kleinerer Wirkungsquerschnitt.

3.3.2 Beitrag der höheren Resonanzen zum $N\,N \to N\,N\,\pi$-Wirkungsquerschnitt

Da nun der Beitrag des Deltas zum $N\,N \to N\,N\,\pi$-Wirkungsquerschnitt festliegt, können wir uns dem Beitrag der in Tabelle 3.1 aufgeführten Resonanzen widmen. Die experimentellen Daten lassen eine Aufschlüsselung in die einzelnen Resonanzbeiträge nicht zu, da zum einen die massendifferentiellen Wirkungsquerschnitte nur mit sehr schlechter Statistik vorliegen [25] und zum anderen die Struktur der totalen Querschnitte aufgrund der Verschmierung

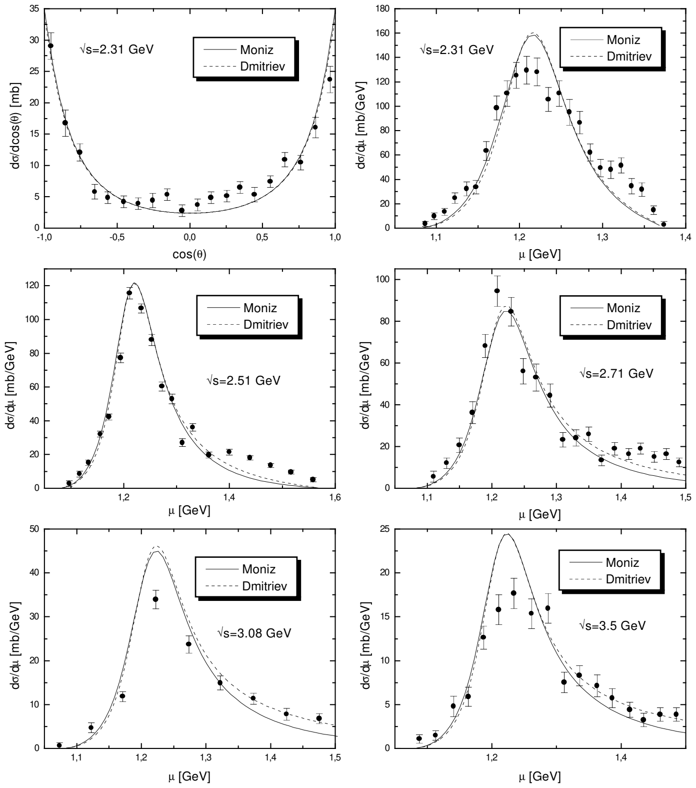


Abbildung 3.7: Darstellung differentieller $pp \to n\Delta^{++}$-Wirkungsquerschnitte. Die durchgezogenen Linien zeigen den Querschnitt unter Verwendung der Moniz-Parametrisierung, die Striche ergeben sich mit der Dmitriev-Parametrisierung. Die Daten sind aus [22].

durch den Zweiteilchen-Phasenraum eine Identifizierung einzelner Resonanzen unmöglich macht. Deshalb ordnen wir jeder Resonanz das gleiche quadrierte Matrixelement $\overline{|\mathcal{M}_{NN\to NR}|^2}$ zu. Dieses Matrixelement setzen wir als eine Zahl unabhängig von $\sqrt{s}$, der Masse der Resonanz, des Streuwinkels und

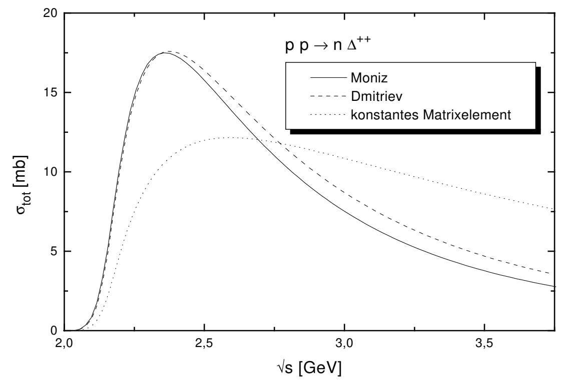


Abbildung 3.8: Darstellung des totalen $pp \to n\Delta^{++}$-Wirkungsquerschnittes. Die durchgezogenen Linien zeigen den Querschnitt unter Verwendung der Moniz-Parametrisierung, die Striche ergeben sich mit der Dmitriev-Parametrisierung.

des totalen Isospins des N-N-Systems an. Die kritischen Annahmen bestehen hier darin, daß das Matrixelement für alle Resonanzen gleich sein soll und von $\sqrt{s}$ unabhängig ist. Die Unabhängigkeit von der Resonanzmasse spielt keine Rolle, da das Matrixelement mit dem quadrierten Resonanzpropagator aus Gleichung (3.3) multipliziert wird (siehe Gleichung (3.8)), der die Massenabhängigkeit immer dominiert. Ebenso ist die Unabhängigkeit vom Streuwinkel unbedeutend, da hier nur über den Streuwinkel integrierte Matrixelemente von Interesse sind.
In Abbildung 3.8 ist dargestellt, wie der Wirkungsquerschnitt für $p\,p \to n\,\Delta^{++}$ mit diesen Annahmen im Vergleich mit dem oben berechneten Wirkungsquerschnitt als Funktion von $\sqrt{s}$ aussieht. Man sieht, daß die $\sqrt{s}$-Abhängigkeit des Matrixelements zu einer deutlichen Reduktion des Wirkungsquerschnittes bei großen $\sqrt{s}$ führt. Die grobe Struktur des Wirkungsquerschnittes wird jedoch mit dem konstanten Matrixelement zufriedenstellend wiedergegeben. Die Größe des hier verwendeten konstanten Matrixelementes wird unten in Zusammenhang mit dem Matrixelement für die höheren Resonanzen diskutiert.
Falls mehrere Isospinkanäle zu einem $NN \to NR$-Wirkungsquerschnitt bei-

				I
N^+	N^+	N^+	N^+	1
N^+	N^0	N^+	N^0	1/2
N^+	N^+	N^0	Δ^{++}	3/4
N^+	N^+	N^+	Δ^+	1/4
N^+	N^0	N^+	Δ^0	1/4
N^+	Δ^{++}	N^+	Δ^{++}	1
N^+	Δ^+	N^0	Δ^{++}	3/8
N^+	Δ^+	N^+	Δ^+	5/8
N^+	Δ^0	N^+	Δ^0	1/2
N^+	Δ^-	N^+	Δ^-	5/8

Tabelle 3.4: Isospinkoeffizienten für Baryon-Baryon-Querschnitte. Ein N steht dabei für irgendein Isospin-$\frac{1}{2}$-Teilchen, ein Δ für ein Isospin-$\frac{3}{2}$-Teilchen. Die übrigen Kanäle ergeben sich aus Isospinsymmetrie.

tragen können, werden diese inkohärent aufaddiert. Die Isospinkoeffizienten erhält man aus der Kopplung der jeweiligen Isospins, also zum Beispiel:

$$\left|\langle p\,n|H_{int}|N^{*+}n\rangle\right|^2 =$$
$$\left|\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\langle I=1, I_3=0| + \frac{1}{\sqrt{2}}\langle 0\,0|\right) H_{int} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}|1\,0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|0\,0\rangle\right)\right|^2$$
$$= \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)|\mathcal{M}_{NN\to NR}|^2 = \frac{1}{2}|\mathcal{M}_{NN\to NR}|^2 = I\,|\mathcal{M}_{NN\to NR}|^2$$

In Tabelle 3.4 sind alle Koeffizienten I aufgelistet.
Der Wirkungsquerschnitt ergibt sich aus Gleichung (3.8), wobei die einzelnen Resonanzbeiträge inkohärent aufaddiert werden. Berücksichtigt man die Clebsch-Gordan-Koeffizienten für die Zerfälle der Resonanzen, erhält man:

$$\sigma_{p\,p\to p\,p\,\pi^0} = \frac{2}{3}\sigma_{3/2} + \frac{1}{3}\sigma_{1/2} \quad (3.28)$$
$$\sigma_{p\,p\to p\,n\,\pi^+} = \frac{10}{3}\sigma_{3/2} + \frac{2}{3}\sigma_{1/2} \quad (3.29)$$
$$\sigma_{p\,n\to p\,p\,\pi^-} = \frac{1}{3}\sigma_{3/2} + \frac{1}{3}\sigma_{1/2} \quad (3.30)$$
$$\sigma_{p\,n\to p\,n\,\pi^0} = \frac{4}{3}\sigma_{3/2} + \frac{1}{3}\sigma_{1/2} \quad (3.31)$$

mit

$$\sigma_{3/2} = \sum_{I_R=\frac{3}{2}} p\,p \to p\,R^+ =$$

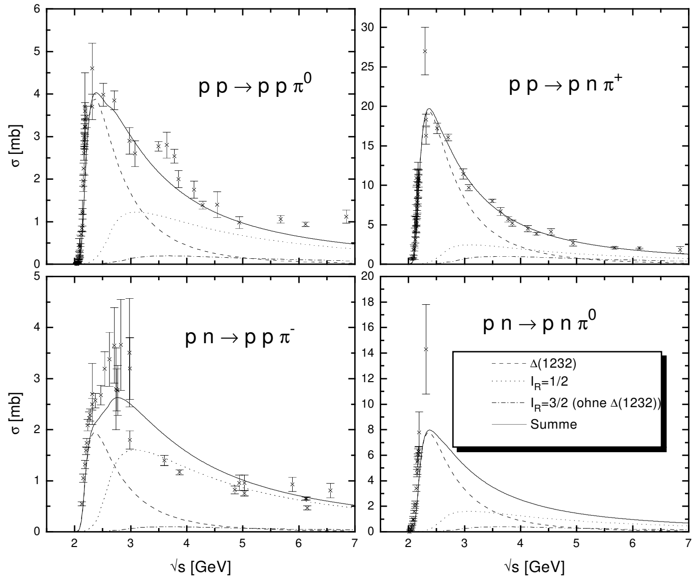


Abbildung 3.9: Resonanzbeiträge zum $N\,N \to N\,N\,\pi$-Wirkungsquerschnitt. Die experimentellen Daten sind aus [24].

$$\begin{aligned}
&= \sigma_{p\,p\to p\,\Delta^+(1232)} + \frac{1}{4}\frac{|\mathcal{M}|^2}{16\pi\;p_i\;s}\int_{M_N+m_\pi}^{\sqrt{s}-M_N} d\mu\;p_f \\
&\quad\times \sum_{\substack{R\neq\Delta(1232)\\ I_R=\frac{3}{2}}} \frac{\mu^2\,\Gamma_{R\to N\,\pi}(\mu)}{\left(\mu^2-M_R^2\right)^2+\mu^2\,\Gamma_{R,tot}^2(\mu)} \qquad (3.32)\\
\sigma_{1/2} &= \sum_{I_R=\frac{1}{2}} p\,p \to p\,R^+ \\
&= \frac{|\mathcal{M}|^2}{16\pi\;p_i\;s}\int_{M_N+m_\pi}^{\sqrt{s}-M_N} d\mu\;p_f \sum_{\substack{R\\ I_R=\frac{1}{2}}} \frac{\mu^2\,\Gamma_{R\to N\,\pi}(\mu)}{\left(\mu^2-M_R^2\right)^2+\mu^2\,\Gamma_{R,tot}^2(\mu)} \qquad (3.33)
\end{aligned}$$

Mit diesem einfachen Ansatz ist es möglich, die Daten zur Einpionenproduktion bis zu Energien von $\sqrt{s} = 7\,\mathrm{GeV}$ gut zu beschreiben. Dies ist in

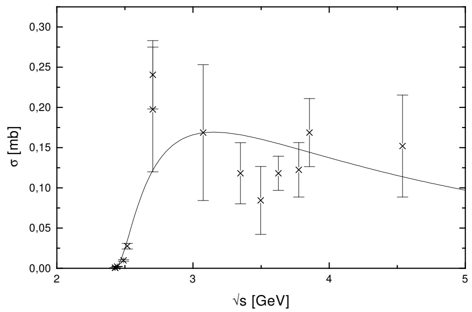


Abbildung 3.10: $p\,p \to p\,p\,\eta$-Wirkungsquerschnitt. Die Daten sind aus [27].

Abbildung 3.9 dargestellt, wobei

$$\frac{|\mathcal{M}|^2}{16\pi} = 18\,\mathrm{mb\,GeV}^2 \qquad (3.34)$$

verwendet wurde. Für die Δ-Resonanz wurde in Abbildung 3.8 der zehnfache Wert ($180\,\mathrm{mb\,GeV}^2$) verwendet.
Eine Ausnahme bildet das N(1535), da mit dieser Resonanz der $N\,N \to N\,N\,\eta$-Wirkungsquerschnitt gefittet wird. Mit

$$\frac{\left|\mathcal{M}_{p\,p\to p\,N^+(1535)}\right|^2}{16\pi} = 8\,\mathrm{mb\,GeV}^2 \qquad (3.35)$$

erhalten wir die in Abbildung 3.10 dargestellte Kurve. Für den $p\,n$-Kanal wird aufgrund der experimentellen Daten

$$\frac{\left|\mathcal{M}_{p\,n\to n\,N^+(1535)}\right|^2}{16\pi} = 20\,\mathrm{mb\,GeV}^2 \qquad (3.36)$$

verwendet [26].
Um das Schwellenverhalten des Wirkungsquerschnittes zu reproduzieren, benötigen wir allerdings noch nicht-resonanten Untergrund. Dies wird durch einen einfachen Fit an die Daten erreicht. Abbildung 3.11 zeigt die Differenz zwischen den experimentellen Daten und unseren bis jetzt erhaltenen Wirkungsquerschnitten aus Abbildung 3.9 für die verschiedenen Isospinkanäle.

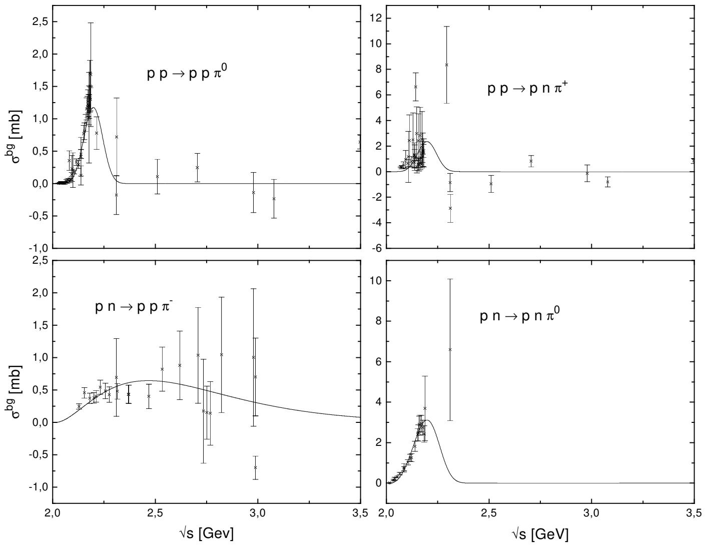


Abbildung 3.11: Nichtresonanter Untergrund des $N\,N \rightarrow N\,N\,\pi$-Wirkungsquerschnittes

Kanal	A [mb]	a	b	n_1	n_2
$p \quad p \rightarrow p \quad p \quad \pi^0$	61.3	1.52	2.50	6.18	3.48
$p \quad p \rightarrow p \quad n \quad \pi^+$	122.6	1.52	2.50	6.18	3.48
$p \quad n \rightarrow p \quad p \quad \pi^-$	24.9	3.30	0.85	1.93	0.002
$p \quad n \rightarrow p \quad n \quad \pi^0$	7.25	0.88	0	2.31	3.64

Tabelle 3.5: Fitparameter für den nichtresonanten Beitrag zum $N\,N \rightarrow N\,N\,\pi$-Wirkungsquerschnitt (Gleichung(3.37)).

Als Fitfunktion für diese Differenz wählen wir

$$\sigma^{bg}_{N\,N \rightarrow N\,N\,\pi}(x) = A\,x^{n_1}\,e^{-(a\,x^{n_2}+b\,x)} \tag{3.37}$$

$$\text{mit} \quad x = \frac{\sqrt{s} - 2M_N - m_\pi}{5\,\text{GeV}}$$

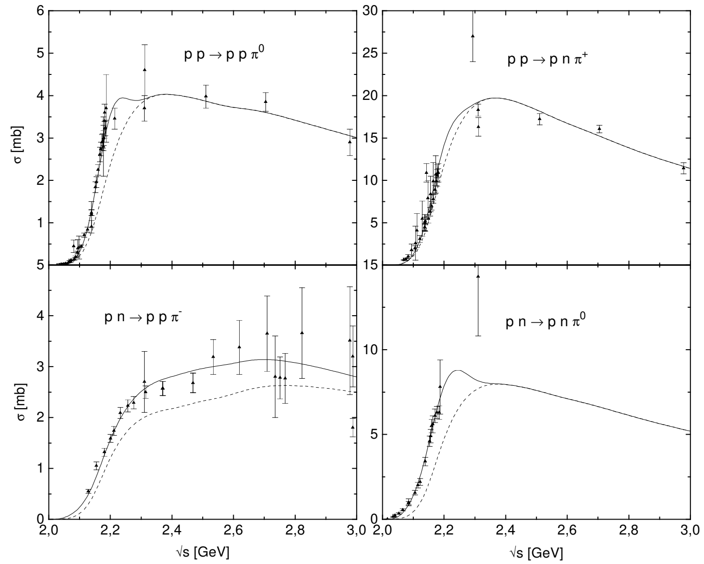


Abbildung 3.12: Der totale $N\,N \rightarrow N\,N\,\pi$-Wirkungsquerschnitt. Die Striche zeigen die Summe der bereits in Abbildung 3.9 dargestellten Resonanzbeiträge. Die durchgezogene Linie ist die Summe aus Resonanzbeiträgen und Untergrund (Abbildung 3.11). Die experimentellen Daten sind aus [24].

und erhalten so mit den in Tabelle 3.5 aufgeführten Parametern den abgebildeten Fit. Die dargestellten Kurven zeigen ein deutliches Peak-Verhalten, da die Δ-Resonanz das Schwellenverhalten des Wirkungsquerschnittes nicht reproduziert. Der Beitrag des Deltas zu diesem Schwellenverhalten wird dominiert durch die q^3-Abhängigkeit der Deltabreite. Im Rahmen des oben beschriebenen OPE-Modells ist es daher nicht möglich, den Deltabeitrag durch Änderung der Formfaktoren der Vertizes oder der Kopplungskonstanten so zu modifizieren, daß die experimentellen Daten an der Schwelle ohne Berücksichtigung eines Untergrundterms besser beschrieben werden. Möglicherweise ist das Peak-Verhalten des Untergrundterms darauf zurückzuführen, daß in einer mikroskopischen Rechnung Interferenzterme zwischen Untergrund- und Resonanzbeiträgen bedeutsam sind. Angesichts der Tatsache, daß die

oben dargestellten Untergrundterme verglichen mit den totalen Wirkungsquerschnitten klein sind, ist deren ausgeprägte Struktur für spätere Rechnungen unbedeutend.
In Abbildung 3.12 ist die Summe von Resonanz- und Untergrundbeiträgen für die verschiedenen Isospinkanäle dargestellt.
Berücksichtigt man außerdem noch einen $N\,N \to \Delta\,\Delta$-Wirkungsquerschnitt, so lassen sich mit den aufgeführten Resonanzproduktions-Wirkungsquerschnitten auch die $N\,N \to N\,N\,\pi\,\pi$-Daten gut wiedergeben [28].

3.3.3 Resonanzabsorption

Der Wirkungsquerschnitt für den Absorptionsprozeß $N\,\Delta(1232) \to N\,N$ ergibt sich mit dem Matrixelement $\mathcal{M}$ aus Gleichung (3.23) zu:

$$\sigma_{N\,\Delta(1232)\to NN} = S\,\frac{p_f}{64\pi^2\,p_i\,s}\int d\Omega\,\frac{|\mathcal{M}|^2}{2} \tag{3.38}$$

$$\text{mit}\quad S = \begin{cases} \frac{1}{2} & , \ \text{identische Teilchen im Endzustand} \\ 1 & , \ \text{sonst} \end{cases}$$

Der Faktor $\frac{1}{2}$ in Gleichung (3.38) stammt dabei aus der Mittelung über die einlaufenden Spins. In Abbildung 3.13 ist dieser Querschnitt als Funktion der Deltamasse M und des Deltaimpulses p aufgetragen, wobei angenommen ist, daß das Delta mit einem ruhenden Nukleon stößt.
Für die anderen Resonanzen erhält man mit Gleichung (3.34):

$$\sigma_{N\,R\to NN} = S\,I\,\frac{2}{2J_R+1}\,\frac{p_f}{16\pi^2\,p_i\,s}\,\frac{|\mathcal{M}|^2}{} = S\,I\,\frac{2}{2J_R+1}\,\frac{p_f}{p_i\,s}\,18\,\mathrm{mb\,GeV}^2 \quad , \tag{3.39}$$

wobei I der entsprechende Isospinkoeffizient aus Tabelle 3.4 ist.

3.3.4 $N\,R \to N\,R'$

Bis jetzt haben wir alle Wirkungsquerschnitte festgelegt, die sich mit mehr oder weniger großer Genauigkeit aus den experimentellen Daten ableiten lassen. In unserem Transportmodell benötigen wir aber auch Wirkungsquerschnitte mit einer Resonanz im Eingangs- und einer im Ausgangskanal. Zunächst betrachten wir den Prozeß $N\,\Delta(1232) \to N\,\Delta(1232)$.

$N\,\Delta(1232) \to N\,\Delta(1232)$

Zu diesem Wirkungsquerschnitt tragen in erster Ordnung Störungstheorie die beiden in Abbildung 3.14 dargestellten Diagramme bei. Zusätzlich zu den

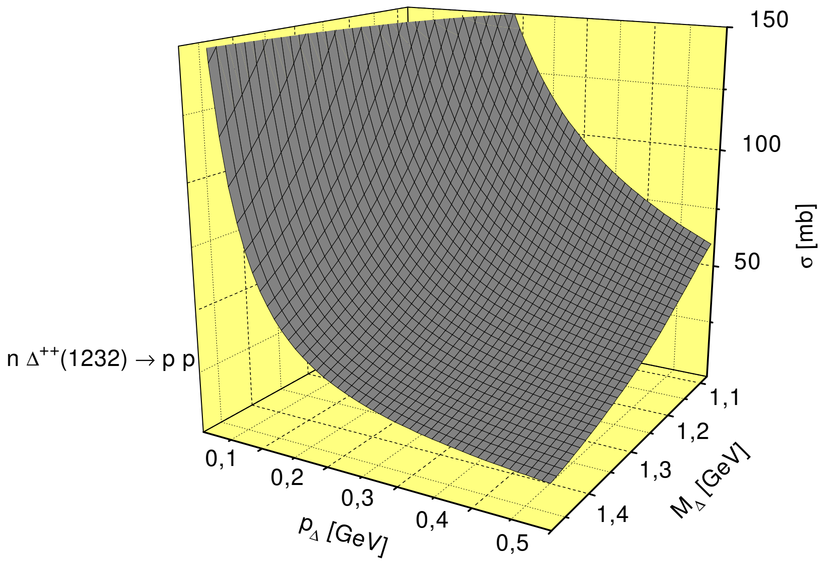


Abbildung 3.13: Darstellung des $n\,\Delta^{++} \to p\,p$-Wirkungsquerschnittes als Funktion der Deltamasse M und des Deltaimpulses p.

Lagrangedichten aus Gleichung(3.18) und (3.19) benötigen wir eine $\Delta\Delta\pi$-Wechselwirkung, die [29] entnommen wird:

$$\mathcal{L}_{\Delta\Delta\pi} = \frac{f_{\Delta\Delta\pi}}{m_\pi}\bar{\Psi}^\mu_\Delta\gamma_5\gamma^\nu\tilde{\Theta}\Psi_{\Delta\,\mu}\partial_\nu\tilde{\pi} \tag{3.40}$$

$$\text{mit}\quad f_{\Delta\Delta\pi} = \frac{4}{5}\,f_{NN\pi} \quad \text{und} \quad \langle\frac{3}{2}||\tilde{\Theta}||\frac{3}{2}\rangle = \sqrt{15} \quad ,$$

wobei $\tilde{\Theta}$ eine Darstellung von $\tilde{\tau}$ für Isospin 3/2 ist und das angegebene Matrixelement die Normierung dieser Matrix angibt (Wigner-Eckart-Theorem).
Für den ρ-Austausch werden die Lagrangedichten aus [30] verwendet:

$$\mathcal{L}_{NN\rho} = -g_{NN\rho}\bar{\Psi}\gamma^\mu\tilde{\tau}\Psi\tilde{\rho}_\mu - g_{NN\rho}\bar{\Psi}\kappa\frac{\sigma^{\mu\nu}\tilde{G}^\rho_{\mu\nu}}{4M_N}\tilde{\tau}\Psi \tag{3.41}$$

$$\mathcal{L}_{N\Delta\rho} = i\,\frac{g_{N\Delta\rho}}{2M_N}\left(\bar{\Psi}^\mu_\Delta\gamma_5\gamma^\nu\tilde{T}\Psi\tilde{G}^\rho_{\mu\nu} + h.c.\right) \tag{3.42}$$

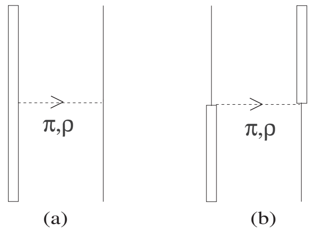


Abbildung 3.14: Graphen zu $\Delta N \to \Delta N$.

$$\mathcal{L}_{\Delta\Delta\rho} = -g_{\Delta\Delta\rho}\bar{\Psi}^{\mu}_{\Delta}\left(\gamma_\lambda\, g_{\mu\nu} + \gamma_\mu\, g_{\lambda\nu} + \gamma_\nu\, g_{\lambda\mu} - \gamma_\mu\,\gamma_\lambda\,\gamma_\nu\right)\tilde{\Theta}\Psi^{\nu}_{\Delta}\tilde{\rho}^{\lambda} \quad (3.43)$$

Alle Vertizes erhalten einen Formfaktor der Form (3.20). Für den Parameter Λ [3] und die Kopplungskonstanten werden die folgenden Werte verwendet [30]:

$$g_{NN\rho} = 2.76 \quad g_{N\Delta\rho} = 12.35 \quad g_{\Delta\Delta\rho} = 5.81 \quad \Lambda = 1.2\,\mathrm{GeV} \quad \kappa = 6 \quad (3.44)$$

Mit diesen Wechselwirkungen kann nun gemäß Gleichung (3.8) der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d^2\,\sigma}{d\,\mu\,d\,\Omega}$$

berechnet werden, wobei mit μ wie üblich die Masse des auslaufenden Deltas bezeichnet ist.
In Abbildung 3.15 ist dieser differentielle Querschnitt für eine kinematische Situation im Eingangskanal dargestellt. Man erkennt, daß der differentielle Querschnitt entlang einer Kurve in der $\theta - \mu$-Ebene divergiert. Diese Divergenz kommt zustande, weil sich das ausgetauschte Pion in Abbildung 3.14 b) für bestimmte kinematische Situationen auf seiner Massenschale befindet und sein Propagator somit divergiert. Anschaulich ist dies sofort klar, da ein Delta mit einem Nukleon durch Austausch eines reellen Pions wechselwirken kann, indem das Delta zunächst zerfällt und dann in einem zweiten Schritt das Pion durch ein Nukleon absorbiert wird. Unter der Annahme, daß das Pion ein stabiles Teilchen ist, führt dies zu einer unendlich weit reichenden Wechselwirkung und damit zu einem divergenten Wirkungsquerschnitt.

[3] Der hier verwendete Parameterwert für Λ weicht vom Dmitriev-Wert ab. Der Grund hierfür liegt darin, daß Dmitriev seinen Parameter dazu benutzt, die experimentellen Daten des $p\,p \to n\,\Delta^{++}$-Wirkungsquerschnittes „anzufitten“, während der hier verwendete Parameter einer breiteren Klasse von Experimenten angepaßt wurde.

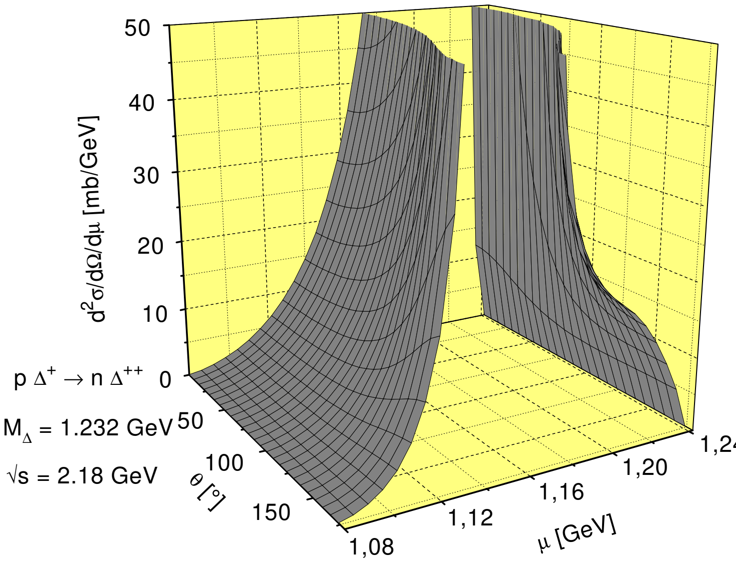


Abbildung 3.15: Darstellung des differentiellen $p\,\Delta^+ \to n\,\Delta^{++}$-Wirkungsquerschnittes

Die auftretende Divergenz ist nicht integrabel, da:

$$\frac{d\,\sigma}{d\,\mu} \sim \int_{-1}^{1} dx\,\frac{1}{(a-x)^2} \to \infty \quad (|a| \leq 1)$$

Es ist nicht möglich, den Pol-Term vom Integranden so zu separieren, daß der Wirkungsquerschnitt in einen divergenten und endlichen Anteil zerlegt wird. Da der zu betrachtende Prozeß allerdings nur im Medium stattfinden kann, sollte man anstelle des freien Pionenpropagators den mediummodizierten Propagator verwenden, was dann zu einem endlichen Wirkungsquerschnitt führt. In unserem Fall hilft dies jedoch nicht weiter, da wir weiterhin mit dem Problem konfrontiert blieben, den in unserem Transportmodell bereits enthaltenen Zweistufen-Prozeß

$$\Delta_1 \to N_1\,\pi \qquad \pi\,N_2 \to \Delta_2$$

				I
p	Δ^{++}	p	Δ^{++}	9/4
p	Δ^{+}	n	Δ^{++}	3
p	Δ^{+}	p	Δ^{+}	1/4
p	Δ^{0}	p	Δ^{0}	1/4
p	Δ^{-}	p	Δ^{-}	9/4

Tabelle 3.6: Isospinkoeffizienten für den $N\Delta \to N\Delta$-Wirkungsquerschnitt aus Gleichung(3.45). Die übrigen Kanäle ergeben sich aus Isospinsymmetrie.

von dem berechneten Wirkungsquerschnitt zu separieren. Da dies nicht möglich ist, wird das zur Divergenz führende Diagramm vernachlässigt. Ein solches Vorgehen ist insofern sinnvoll, als der dominante Anteil des divergenten Diagramms bereits in unserem Modell über den Zweistufen-Prozeß enthalten ist. Außerdem werden die Diagramme mit ρ-Austausch vernachlässigt, da sie keinen wesentlichen Beitrag liefern.
Zum Wirkungsquerschnitt trägt nun nur noch das in Abbildung 3.14 a) dargestellte Diagramm mit einem intermediären Pion bei. Man erhält somit:

$$\begin{aligned}\frac{d^2\sigma}{d\mu\, d\Omega} &= I\,\frac{1}{8}\,\frac{1}{64\,\pi^2\, s}\,\frac{p_f}{p_i}\left(\frac{f_{NN\pi}\, f_{\Delta\Delta\pi}}{m_\pi^2}\right)^2 \frac{F^4(t)}{(t-m_\pi^2)^2}\,\frac{16\,(M_\Delta+\mu)^2\; M_N^2\, t}{9\, M_\Delta^2\, \mu^2}\\ &\times\left(-M_\Delta^2+2\,M_\Delta\,\mu-\mu^2+t\right)\left(M_\Delta^4-2\,M_\Delta^3\,\mu+12\,M_\Delta^2\,\mu^2\right.\\ &\left.-\,2\,M_\Delta\,\mu^3+\mu^4-2\,M_\Delta^2\,t+2\,M_\Delta\,\mu\,t-2\,\mu^2\,t+t^2\right)\\ &\times\frac{2}{\pi}\,\frac{\mu^2\,\Gamma_\Delta(\mu)}{\left(\mu^2-M_{0,\Delta}^2\right)^2+\mu^2\,\Gamma_\Delta^2(\mu)}\quad,\end{aligned}\tag{3.45}$$

wobei I der Isospinfaktor (Tabelle 3.6) für den entsprechenden Kanal, M_Δ die Masse des einlaufenden Deltas, $M_{0,\Delta}$ die Ruhemasse des Deltas und μ die Masse des auslaufenden Deltas ist. Dieser doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt ist in Abbildung 3.16 dargestellt. Die Massenabhängigkeit wird klar dominiert durch die Massenverteilungsfunktion für das auslaufende Delta und den kinematischen Phasenraumfaktor p_f. Mit zunehmender Masse des auslaufenden Deltas verschiebt sich der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt zu Rückwärtswinkeln.
In Abbildung 3.17 ist der totale Wirkungsquerschnitt als Funktion von Masse und Impuls eines mit einem ruhenden Nukleon stoßenden Deltas dargestellt. Man erkennt, daß der Querschnitt im wesentlichen vom Phasenraum der auslaufenden Teilchen bestimmt wird und deshalb mit zunehmender Deltamasse im Eingangskanal stark ansteigt.

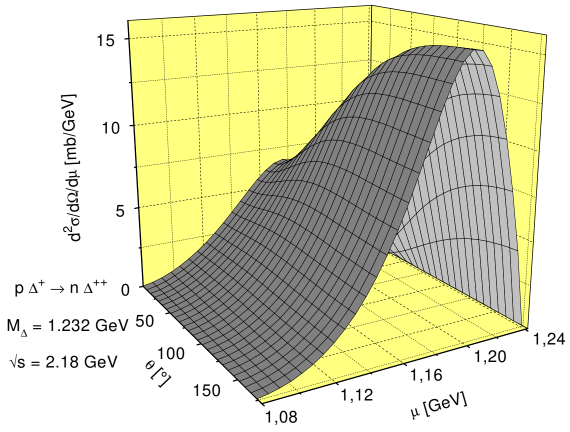


Abbildung 3.16: Darstellung des doppelt differentiellen $p\,\Delta^+ \to n\,\Delta^{++}$- Wirkungsquerschnittes gemäß Gleichung 3.45.

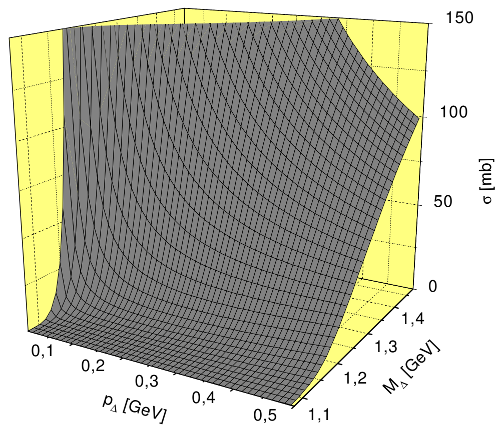


Abbildung 3.17: Darstellung des $p\,\Delta^+ \to n\,\Delta^{++}$- Wirkungsquerschnittes

$N\,R \to N\,R$

Den $N\,R \to N\,R$-Wirkungsquerschnitt (gleiche Resonanz im Eingangs- und Ausgangskanal) für die höheren Resonanzen erhalten wir in Anlehnung an eine Parametrisierung des elastischen Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnittes [31]:

$$\sigma_{NN\to NN} = \left(\frac{35}{1+\frac{\sqrt{s}-2M_N}{\mathrm{GeV}}} + 20 \right) \mathrm{mb} \tag{3.46}$$

Unter Annahme einer isotropen Winkelabhängigkeit erhalten wir daraus das quadrierte Matrixelement:

$$|\mathcal{M}_{NN\to NN}|^2 = 16\,\pi\,s \left(\frac{35}{1+\frac{\sqrt{s}-2M_N}{\mathrm{GeV}}} + 20 \right) \mathrm{mb} \quad , \tag{3.47}$$

welches wir nun auch für den $N\,R \to N\,R$-Wirkungsquerschnitt benutzen. Mit Gleichung (3.8) ergibt sich:

$$\sigma_{NR\to NR} = I\,\frac{|\mathcal{M}_{NN\to NN}|^2}{16\,\pi\,p_i\,s} \int d\mu\,p_f\,\frac{2}{\pi}\,\frac{\mu^2\,\Gamma_R(\mu)}{(\mu^2-M_R^2)^2+\mu^2\,\Gamma_R^2(\mu)} \quad , \tag{3.48}$$

wobei I der Isospinkoeffizient aus Tabelle 3.4 ist.

$N\,R \to N\,R'\,(R \neq R')$

Für den Wirkungsquerschnitt der Streuung einer Resonanz an einem Nukleon in eine andere Resonanz verwenden wir das aus der $N\,N \to N\,R$-Reaktion gewonnene Matrixelement (Gleichung (3.34)):

$$\sigma_{\substack{NR\to NR' \\ R\neq R'}} = I\,\frac{2}{2J_R+1}\,\frac{|\mathcal{M}_{NN\to NR}|^2}{16\,\pi\,p_i\,s} \int d\mu\,p_f\,\frac{2}{\pi}\,\frac{\mu^2\,\Gamma_{R'}(\mu)}{(\mu^2-M_{R'}^2)^2+\mu^2\,\Gamma_{R'}^2(\mu)} \tag{3.49}$$

3.4 $\pi\,N\,N \to N\,N$

In Kapitel 3.3.2 haben wir einen nichtresonanten $N\,N \to N\,N\,\pi$-Wirkungsquerschnitt eingeführt. Nun muß aber auch die Rückreaktion erlaubt sein. Diese wird realisiert, indem wir jedem Pion eine entsprechende Stoßrate als Funktion der lokalen Nukleonendichte zuweisen und es dann „zerfallen“ lassen, wobei seine Energie und sein Impuls von zwei benachbarten Nukleonen aufgenommen werden.
Unter der Annahme, daß das Matrixelement $\mathcal{M}_{NN\to NN\pi}$ nur von $\sqrt{s}$ und

nicht von den Impulsen der auslaufenden Teilchen abhängt, können wir es aus dem $N\,N \to N\,N\,\pi$-Wirkungsquerschnitt gewinnen (siehe Anhang B.2):

$$\left|\mathcal{M}_{N_3N_4\to N_1N_2\pi}(\sqrt{s})\right|^2 = \frac{64\,(2\,\pi)^3\,p_i\,\sqrt{s}^3\,\sigma^{bg}_{N_1N_2\to N_3N_4\pi}(\sqrt{s})}{S_{N_1,N_2}\,\int dm_{12}^2\,dm_{23}^2} \tag{3.50}$$

$$m_{12}^2 = (p_{N,1}+p_{N,2})^2 \quad m_{23}^2 = (p_{N,2}+p_\pi)^2 \quad ,$$

mit dem Symmetriefaktor:

$$S_{N_1,N_2} = \begin{cases} \frac{1}{2} & , \ N_1 \text{ und } N_2 \text{ identisch} \\ 1 & , \ \text{sonst} \end{cases}$$

Für den Prozeß $\pi N_1 N_2 \to N_3 N_4$ ist nun die Übergangsrate pro Volumen gegeben als:

$$W_{fi} = (2\pi)^4\,\frac{\delta^4\,(p_{N,3}+p_{N,4}-p_{N,1}-p_{N,2}-p_\pi)\,|\mathcal{M}|^2}{V^5} \quad , \tag{3.51}$$

wobei auf $2E$ Teilchen in V normiert ist [32]. Diese Übergangsrate muß nun mit der Anzahl der verfügbaren Endzustände für die Nukleonen N_3 und N_4

$$\frac{V\,d^3p_{N,3}}{(2\pi)^3\,2\,E_{N,3}}\,\frac{V\,d^3p_{N,4}}{(2\pi)^3\,2\,E_{N,4}}$$

multipliziert werden. Wenn wir ein Pion betrachten, das sich in einem nuklearen Medium mit Nukleonendichten $\rho_{N,1}$ und $\rho_{N,2}$ befindet, ergibt sich:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\pi N_1 N_2\to N_3 N_4} &= S_{N_3,N_4}\,\frac{(2\pi)^4\,\delta^4\,(p_{N,3}+p_{N,4}-p_{N,1}-p_{N,2}-p_\pi)\,|\mathcal{M}|^2}{V^5} \\ &\quad \times \frac{V\,d^3p_{N,3}}{(2\pi)^3\,2\,E_{N,3}}\,\frac{V\,d^3p_{N,4}}{(2\pi)^3\,2\,E_{N,4}}\,\frac{V}{2\,E_\pi}\,\frac{\rho_{N,1}\,V}{2E_{N,1}}\,\frac{\rho_{N,2}\,V}{2E_{N,2}} \\ &= S_{N_3,N_4}\,\frac{p_f}{4\,\pi\,\sqrt{s}}|\mathcal{M}|^2\,\frac{1}{2\,E_\pi}\,\frac{\rho_{N,1}}{2E_{N,1}}\,\frac{\rho_{N,2}}{2E_{N,2}} \end{aligned} \tag{3.52}$$

In Abbildung 3.18 sind die sich so ergebenden Übergangsraten für ein π^+ und ein π^0, die sich in isospinsymmetrischer Kernmaterie mit Dichte $\rho{=}\rho_0{=}$ $0.168/\mathrm{fm}^3$ bewegen, als Funktion des Pionenimpulses dargestellt. Effekte aufgrund der Fermibewegung der Nukleonen wurden dabei vernachlässigt. Das Verhalten dieser Kurven ergibt sich - abgesehen von den dargestellten Phasenraumfaktoren - aus dem in Kapitel 3.3.2 diskutierten Fit an den nichtresonanten Untergrund. Insbesondere der Peak bei einem bestimmten Pionenimpuls und der starke Abfall für größere Energien folgen unmittelbar aus der Parametrisierung von $\sigma^{bg}_{NN\to NN\pi}$. Natürlich ist in den hier beschriebenen Übergangsraten der Zweistufen-Prozeß

$$\pi\,N_1 \to R \qquad R\,N_2 \to N_3\,N_4$$

nicht enthalten.

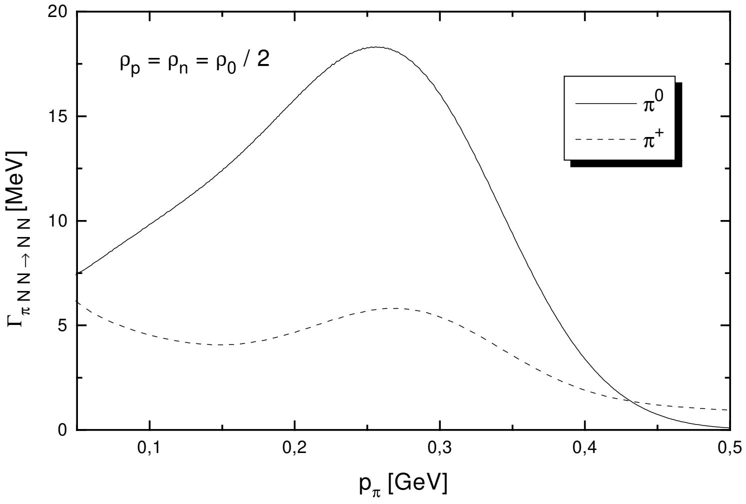


Abbildung 3.18: $\pi N N \to NN$-Übergangsraten

Kapitel 4

Stoßverbreiterung von Resonanzen im nuklearen Medium

Im nuklearen Medium ändert sich die Selbstenergie eines Teilchens, da nun Wechselwirkungen mit anderen Teilchen möglich sind. Die Selbstenergie einer Resonanz geht unmittelbar in die entsprechenden Resonanzproduktionsquerschnitte ein, wie in Kapitel 3.1 dargelegt wurde. In Kapitel 5 wird der elementare Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt in die verschiedenen Resonanzbeiträge zerlegt. Als erste Mediummodifikation dieser Resonanzbeiträge erwartet man den Beitrag der geänderten Selbstenergien in den entsprechenden Propagatoren. Der Realteil der Selbstenergie bewirkt eine Verschiebung der Resonanzlage, während der Imaginärteil in Zusammenhang mit der Breite der Resonanz steht. Vor dem Hintergrund des einleitend erwähnten Verschwindens der höheren Resonanzen im totalen Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt an Kernen gewinnt diese Verbreiterung an zusätzlicher Bedeutung, da die Resonanzen möglicherweise in der nuklearen Umgebung derart verbreitert werden, daß sie im Absorptionsquerschnitt nicht mehr zu sehen sind.
Die Berechnung des Realteils der Selbstenergie ist ziemlich aufwendig und insbesondere für die höheren Resonanzen mit großen Unsicherheiten behaftet. Für das $\Delta(1232)$ erhält man den Realteil der Selbstenergie aus dem entsprechenden Delta-Potential, für die übrigen Resonanzen wird er vernachlässigt. Die Berechnung des Imaginärteils ist wesentlich einfacher und kann entweder mit Hilfe des BUU-Programms aus einer Analyse der Lebensdauern (Kapitel 4.2) oder im Rahmen der kinetischen Theorie (Kapitel 4.3) erfolgen. Beide Zugänge werden in Kapitel 4.4 diskutiert und verglichen.
In Kapitel 4.1 gehe ich zunächst auf den Zusammenhang zwischen Stoßrate und Verbreiterung ein.

4.1 Grundlagen

Die Schrödinger-Gleichung für eine Resonanz mit Masse M_R und Vakuum-Breite Γ_0 ist gegeben durch [33]:

$$i\,\frac{d\Psi(t,\vec{r})}{dt} = \left(M_R - i\,\frac{\Gamma_0}{2} - \frac{\nabla^2}{2\,M_R} + V_{opt}(\vec{r})\right)\Psi(t,\vec{r}) \quad , \tag{4.1}$$

wobei das optische Potential $V_{opt}(r)$ durch die Vorwärts-R-N-Streuamplitude $f_{RN}(0)$ ausgedrückt werden kann:

$$V_{opt}(\vec{r}) = -\frac{2\,\pi}{M_R} f_{RN}(0)\,\rho(\vec{r}) \tag{4.2}$$

Für unendlich ausgedehnte Kernmaterie mit $\rho(\vec{r}) = \rho_0$ erhält man aus Gleichung (4.1) sofort den nichrelativistischen Propagator G der Resonanz:

$$G = \frac{1}{E - (M_R + \delta M) + \frac{i}{2}(\Gamma_0 + \Gamma^*)} \tag{4.3}$$

mit

$$\delta M = -\frac{2\,\pi}{M_R}\mathrm{Re}\,(f_{RN})\;\rho_0 \tag{4.4}$$

$$\Gamma^* = \frac{4\,\pi}{M_R}\mathrm{Im}\,(f_{RN})\;\rho_0 \tag{4.5}$$

Das optische Theorem:

$$\mathrm{Im}\,(f_{RN}) = \frac{k}{4\,\pi}\sigma_{RN,tot} \tag{4.6}$$

liefert schließlich:

$$\Gamma^* = v\,\gamma\,\rho_0\,\sigma_{RN,tot} = \frac{1}{\tau_{RN}} \quad , \tag{4.7}$$

wobei mit τ_{RN} die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen für die Resonanz in ihrem Ruhesystem bezeichnet ist. Eine relativistische Verallgemeinerung [33] führt auf das gleiche Ergebnis.
In Lehrbüchern zur Atomphysik (zum Beispiel [34]) findet sich demgegenüber bei der Betrachtung der Stoßverbreiterung von Spektrallinien die Formel:

$$\Gamma_{coll} = \frac{2}{\tau}$$

Dieser Faktor 2 hat seinen Ursprung darin [35], daß in einem Gas (oder Plasma) die Stoßrate für alle Teilchen unabhängig von ihrem Anregungszustand

ungefähr gleich groß ist. Da bei der Messung einer Spektrallinie der Übergang von einem angeregten Zustand in einen anderen Zustand gemessen wird, tritt auch eine Verbreiterung der Spektrallinie aufgrund einer endlichen Breite dieses resultierenden Zustandes ein. Dieser Übergang ist dann analog zu Gleichung (3.16) behandelbar. Unter Vernachlässigung kinematischer Faktoren und der Annahme, daß der angesprochene Übergang in den Grundzustand erfolgt, erhält man

$$\begin{aligned} I(\Delta M) \quad &\sim \quad \int dM \frac{M_0\;(\Gamma_0 + \Gamma^*)}{(M - M_0)^2 + \frac{(\Gamma_0+\Gamma^*)^2}{4}} \frac{M_{0,g.s.}\Gamma^*}{(M - \Delta M - M_{0,g.s.})^2 + \frac{\Gamma^{*2}}{4}} \\ &= \quad \frac{\pi}{2}\,\frac{\Gamma_0 + 2\,\Gamma^*}{(\Delta M - M_0 + M_{0,g.s.})^2 + \frac{(\Gamma_0+2\,\Gamma^*)^2}{4}} \end{aligned}$$

wobei sich ΔM unmittelbar in eine Photonenenergie im Schwerpunktsystem umrechnen läßt. $I(\Delta M)$ ist die zugehörige Intensitätsverteilung, M_0 die Masse des angeregten Zustands und $M_{0,g.s.}$ die Masse des Grundzustandes. Es ergibt sich also eine Stoßverbreiterung, die gleich der doppelten Stoßrate ist. Diese Verbreiterung sieht man auch in einem Absorptionswirkungsquerschnitt, da auch hier über die Massenverteilung des Grundzustandes integriert werden muß.
In unserem Fall der Gammaabsorption am Kern ist dieser so resultierende Faktor 2 jedoch uninteressant, da die Annahme, daß die Stoßrate für alle Teilchen ungefähr gleich ist, nicht zutrifft. Die Nukleonen, die vor der Reaktion den Kern bilden, haben eine nahezu verschwindende Breite, da ihre Stöße durch das Pauli-Prinzip verboten sind. Deshalb ist für die Breite, die im Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt beobachtbar ist, lediglich die Breite im Resonanzpropagator entscheidend. Im Falle einer Schwerionenreaktion wäre eine derartige Stoßverbreiterung beobachtbar, wenn es ein mit der Kernmaterie nur schwach wechselwirkendes Teilchen gäbe, das in erster Linie durch den Übergang einer Nukleonenresonanz in den Grundzustand gebildet würde.
Der Resonanzpropagator in Gleichung (4.3) berücksichtigt noch nicht, daß im Medium nicht nur eine Resonanzverbreiterung aufgrund möglicher Stöße eintritt, sondern auch eine Verringerung der Breite aufgrund des möglichen Pauli-Blockings von Nukleonenendzuständen des spontanen Zerfalls. Wir erhalten also als totale In-Medium-Breite:

$$\Gamma^{med}_{tot} = \Gamma^{med}_{spontan} + \Gamma^{med}_{coll} \quad , \tag{4.8}$$

wobei $\Gamma^{med}_{spontan}$ die Summe von Einpionen-, Zweipionen-, und Etabreite bezeichnet.

4.2 Lebensdauern von Resonanzen im BUU-Modell

Im Rahmen des BUU-Modells können nun gemäß Gleichung (4.7) Breiten von Resonanzen durch die Bestimmung ihrer Lebensdauern gewonnen werden, das heißt:

$$\Gamma = -\gamma \frac{\ln\left(\frac{N_0 - N_Z}{N_0}\right)}{\Delta t} \quad , \tag{4.9}$$

wobei N_0 die (über alle Zeitschritte summierte) Anzahl der vorhandenen Resonanzen, N_Z die Anzahl der zerfallenen Resonanzen und Δt die Zeitschrittweite sind. Diese Breite Γ wird sicherlich in erheblichem Maße von der Masse M und dem Impuls p der Resonanz sowie der Kerndichte ρ, bei der sich die Resonanz befindet, abhängen. Gegenüber der Vakuumbreite erhält man zum einen die oben besprochene Stoßverbreiterung und zum anderen eine Verringerung der Breite aufgrund des möglichen Pauli-Blockings von Nukleonenendzuständen. Beides hängt stark von der Kerndichte ρ ab. In einem Kern wird sich eine Resonanz allerdings nicht während ihrer gesamten Lebensdauer bei der gleichen Dichte aufhalten, sondern während der Propagation verschiedene Dichten durchlaufen. Um dies in einem Resonanzproduktions-Wirkungsquerschnitt zu berücksichtigen, wäre eine korrekte quantenmechanische Berechnung des Resonanzpropagators notwendig, was jedoch in unserem semi-klassischen Modell zu weit führen würde. Außerdem hat sich gezeigt, daß die Dichte am Erzeugungsort für die meisten Resonanzen in etwa der Dichte am Zerfallsort entspricht. Deshalb wird die Breite als Funktion der Dichte am Erzeugungsort bestimmt.
Unser Ziel ist es also, eine Breite

$$\Gamma(M, p, \rho)$$

zu bestimmen. Allein mit Hilfe des BUU-Programms ist dies jedoch nicht möglich, da innerhalb einer endlichen Rechenzeit die nötige Statistik nicht erzielbar ist. Ferner müßte eine solche Rechnung für jeden zu betrachtenden Kern separat durchgeführt werden. Insbesondere bei schweren Kernen führt dies zu einem immensen Rechenaufwand, da in jedem Kern nur eine Resonanz betrachtet werden kann. Aus diesem Grund werden die Breiten für unendlich ausgedehnte Kernmaterie bestimmt und später mit den aus dem BUU-Programm gewonnenen verglichen.

4.3 Die kinetische Theorie zur Berechnung von Stoßbreiten

Falls die Dichte ρ über den gesamten Raumbereich konstant ist, können die Stoßraten mit Hilfe der kinetischen Theorie bestimmt werden. Man erhält also:

$$\Gamma_{N_1 R \to N_2 N_3}(M_R, p_R, \rho) = \gamma\, \rho_{N1} \int_0^{p_F} \frac{d^3 p_{N1}}{\frac{4}{3}\pi\, p_F^3}\, v_r \int d\Omega\, \frac{d\sigma_{NR\to NN}}{d\Omega}\, \mathrm{P_{N2}\, P_{N3}\, S} \quad , \tag{4.10}$$

wobei die Relativgeschwindigkeit v_r gegeben ist als:

$$v_r = \sqrt{\frac{(p_R \cdot p_{N1})^2 - M_R^2 M_N^2}{(p_R \cdot p_{N1})^2}} \tag{4.11}$$

Die Pauli-Blocking Funktion

$$\mathrm{P_N} = \Theta\left(|\vec{p}_N| - p_F\right) \tag{4.12}$$

berücksichtigt, daß die Impulse der Nukleonen-Endzustände außerhalb der Fermi-Kugel liegen müssen. Die Abschirmfunktion S trägt der Tatsache Rechnung, daß innerhalb des nuklearen Mediums die Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen nicht beliebig weit reichend sein kann und wird angesetzt als:

$$\mathrm{S} = \begin{cases} 1 & , \quad \sigma_{NR,tot} \le \sigma_{max} \\ \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{NR,tot}} & , \quad \sigma_{NR,tot} > \sigma_{max} \end{cases} \quad , \tag{4.13}$$

wobei σ_{max} gegeben ist als:

$$\sigma_{max} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\frac{2}{3}} 80.4\mathrm{mb} \quad . \tag{4.14}$$

Dabei entspricht

$$\sqrt{\frac{80.4\mathrm{mb}}{\pi}} = 1.6\, fm$$

in etwa dem Abstand zweier benachbarter Nukleonen bei Dichte $\rho_0 = 0.168/\mathrm{fm}^3$. Gleichung (4.10) bezieht sich auf ein Proton oder Neutron im Eingangskanal. Um die totale Breite zu erhalten, muß über beide Kanäle summiert werden.
Die Breite, die sich aus dem Prozeß $N\,R \to N\,R'$ ergibt, ist:

$$\begin{aligned} \Gamma_{N_1 R \to N_2 R'}(M_R, p_R, \rho) &= \gamma\, \rho_{N1} \int_0^{p_F} \frac{d^3 p_{N1}}{\frac{4}{3}\pi\, p_F^3}\, v_r \int d\Omega \\ &\times \int d\mu \sum_{R'} \frac{d^2\sigma_{NR\to NR'}}{d\Omega\, d\mu}\, \mathrm{P_{N2}\, S} \quad , \end{aligned} \tag{4.15}$$

wobei mit μ die Masse der auslaufenden Resonanz bezeichnet ist. Da der massendifferentielle Wirkungsquerschnitt von der Selbstenergie der produzierten Resonanz abhängt, ergibt sich ein System von gekoppelten Gleichungen, welches durch Iteration lösbar wäre. Angesichts der Tatsache, daß die Wirkungsquerschnitte für Prozesse mit einer Resonanz im Eingangs- und einer anderen im Ausgangskanal mit sehr großen Unsicherheiten behaftet sind und die Effekte einer solchen Iteration allenfalls im Prozentbereich bemerkbar wären, wird auf eine vollständig selbstkonsistente Lösung verzichtet. Dies erspart auch die Berechnung der In-Medium-Breiten für Resonanzen, die im Fall der Gamma-Kern-Reaktion bedeutungslos sind. Die Breite in Gleichung (4.15) wird also nur einmal mit den Vakuum-Wirkungsquerschnitten berechnet. Die Integration über den Nukleonenimpuls im Anfangszustand läßt sich aufgrund azimutaler Symmetrie sofort von drei auf zwei Dimensionen reduzieren, so daß schließlich ein 5-dimensionales Integral berechnet werden muß. Die pauligeblockte Zerfallsbreite ergibt sich durch Mittelung über den Zerfallswinkel als:

$$\Gamma_{R\to N\pi}(M_R, p_R, \rho) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} d\cos(\theta)\,\Gamma_{0,N\pi}(M_R)\,\mathrm{P_N} \quad , \tag{4.16}$$

wobei angenommen ist, daß die Resonanz in ihrem Ruhesystem isotrop zerfällt, und θ der Winkel zwischen auslaufendem Nukleonenimpuls und boost-Achse im Schwerpunktsystem ist. $\Gamma_{0,N\pi}$ bezeichnet hier die Vakuum-Einpionenzerfallsbreite der Resonanz. Für die Zweipionenbreite, die wir ja als Zerfall der Resonanz in eine andere Resonanz behandeln (Gleichung (3.16)), ist zusätzlich über die Masse der auslaufenden Resonanz zu integrieren, also:

$$\Gamma_{R\to r\,N}(M_R, p_R, \rho) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} d\cos(\theta)\int dm_r\,\frac{d\Gamma_{0,r\,N}(M_R)}{dm_r}\,\mathrm{P_N} \quad , \tag{4.17}$$

wobei m_r die Masse der auslaufenden Mesonenresonanz ist. Für den Zerfall in ein Pion und eine Nukleonenresonanz wird keine Mediummodifikation angenommen, weil die Nukleonenresonanz nicht pauli-geblockt ist.
In Abbildung 4.1 ist die Stoßbreite Γ_{coll} eines $\Delta^+(1232)$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie mit Dichte $\rho = \rho_0$, die sich als Summe der Breiten aus den Gleichungen (4.10) und (4.15) ergibt, als Funktion des Parameters σ_{max} in der Abschirmfunktion S aus Gleichung (4.13) für verschiedene Deltamassen dargestellt. Man erkennt, daß die Abschirmfunktion lediglich für große Deltamassen die Breite reduziert. Für Deltas, die durch Absorption eines Gammas gebildet werden, spielt die Abschirmfunktion nahezu keine Rolle, da der Deltaimpuls für große Deltamassen - auch unter Berücksichtigung der Fermi-Bewegung der Nukleonen - nahezu immer außerhalb der Fermi-Kugel liegt.

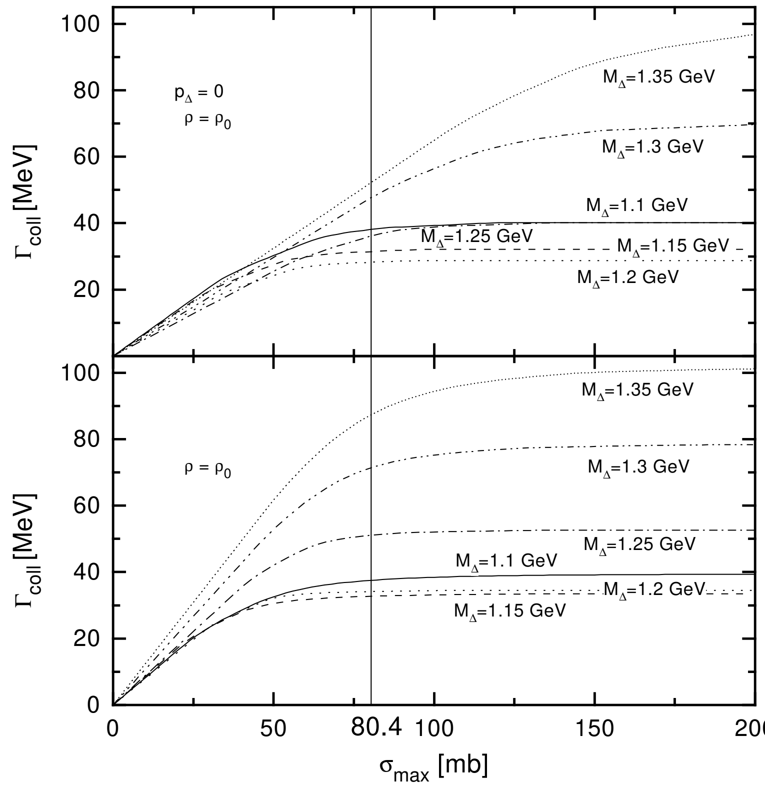


Abbildung 4.1: Abhängigkeit der Stoßbreite vom Abschirmparameter σ_{max} für ein $\Delta^+(1232)$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie. In der unteren Abbildung entspricht der Deltaimpuls dem Impuls, den das Delta hat, wenn es durch Absorption eines Gammas an einem ruhenden Nukleon gebildet wird.

4.3.1 In-Medium-Breite des $\Delta(1232)$

In Abbildung 4.2 ist die totale Breite eines $\Delta^+(1232)$, die sich bei einer Dichte $\rho = \rho_0$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie ergibt, als Funktion der Masse

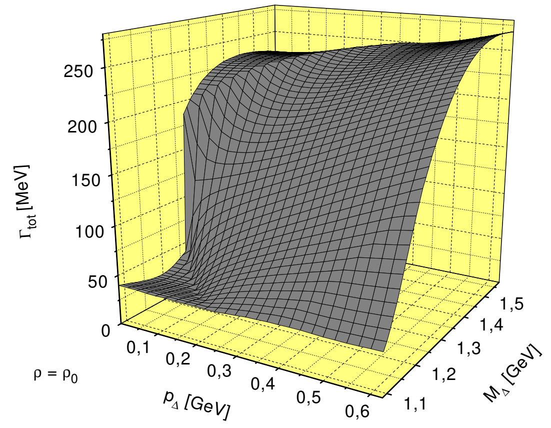


Abbildung 4.2: In-Medium-Breite eines $\Delta^+(1232)$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0

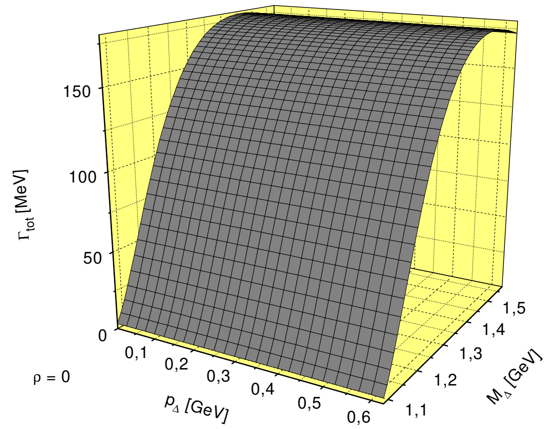


Abbildung 4.3: Vakuum-Breite eines $\Delta^+(1232)$

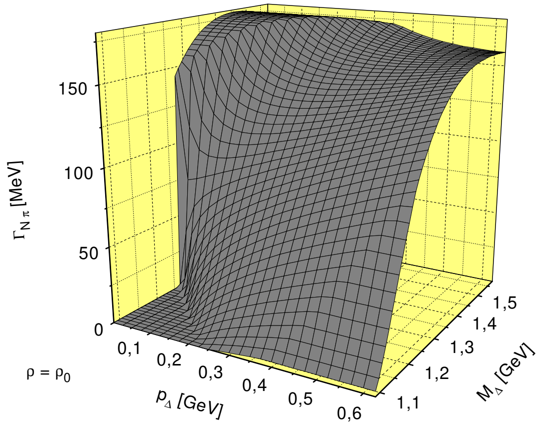


Abbildung 4.4: Einpionenzerfallsbreite eines $\Delta^+(1232)$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0

und des Impulses der Resonanz dargestellt. Der Verlauf dieser Fläche wird in erster Linie durch die pauligeblockte Breite des Einpionenzerfall des Deltas bestimmt, welche in Abbildung 4.4 gezeigt wird. Der bereits in der Vakuumbreite (Abbildung 4.3) zu beobachtende starke Anstieg mit der Masse wird im Medium noch verstärkt, da aus schweren Deltas stammende Nukleonen einen größeren Impuls haben und somit seltener pauli-geblockt werden. Dies sieht man insbesondere bei kleinen Deltaimpulsen. Für größere Deltaimpulse tritt über die Emissionswinkelintegration eine Verschmierung dieses Effektes ein. Im Fall sehr großer Deltaimpulse spielt das Pauli-Blocking natürlich keine Rolle mehr, und die Einpionenzerfallsbreite entspricht der Vakuumbreite.

Für die Stoßbreiten ist demgegenüber das Pauli-Blocking nur von geringer Bedeutung. In Abbildung 4.5 ist die Breite, die sich aus der Reaktion $\Delta N \to N N$ ergibt, dargestellt. Man sieht, daß diese Breite mit kleinerer Masse ansteigt. Verantwortlich hierfür ist das in Kapitel 3.3.1 diskutierte Matrixelement. Die Stoßrate für den Prozeß $N \Delta \to N \Delta$ steigt dagegen mit steigender Masse im Eingangskanal stark an, wie aus Abbildung 4.6 ersichtlich ist. Der Grund hierfür liegt darin, daß sich mit größerer Energie der Phasenraum für die auslaufenden Deltas öffnet. Die Produktion einer höheren Resonanz in Delta-Nukleon-Stößen trägt nur in nahezu verschwindendem

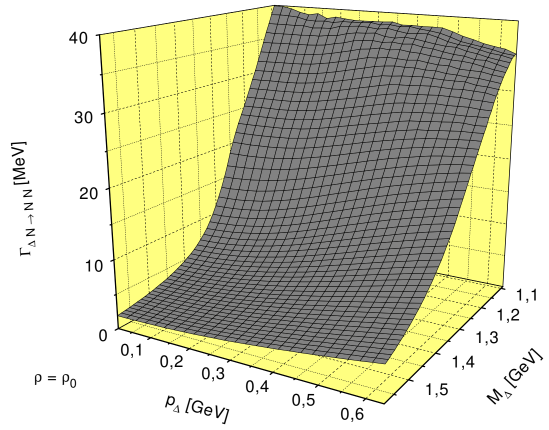


Abbildung 4.5: $\Delta N \to N N$-Stoßrate eines $\Delta^+(1232)$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0. Im Gegensatz zu den oben dargestellten Abbildungen ist hier die M_Δ-Achse umgekehrt orientiert.

Maße zur Deltabreite bei, was an der fehlenden Energie bei den hier betrachteten Deltaimpulsen liegt. Die entsprechende Partialbreite ist in Abbildung 4.7 dargestellt.
Die Stoßbreiten hängen nur in sehr geringem Maße vom einlaufenden Deltaimpuls ab, da zum einen das Pauli-Blocking, wie bereits erwähnt, unbedeutend ist und zum anderen die entsprechenden Matrixelemente insensitiv auf kleine Änderungen der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ sind.
In Abbildung 4.8 sind die verschiedenen Beiträge zur Deltabreite als Funktion der Deltamasse für die Dichten ρ_0 und $\rho_0/2$ dargestellt. Zum Vergleich wird außerdem die Vakuumbreite gezeigt. Der Deltaimpuls entspricht dem Impuls, den das Delta hat, wenn es durch Absorption eines Gammas an einem ruhenden Nukleon erzeugt wurde. Im Bereich der Resonanzlage ist die totale In-Medium-Breite nahezu unabhängig von der Dichte, da sich Stoßverbreiterung und Pauli-Blocking der freien Breite die Waage halten. Für kleine und große Massen liegt die In-Medium-Breite über der Vakuumbreite. Die Stoßbreiten sind für kleine Massen der Dichte proportional, für große Massen spielt die Abschirmfunktion eine kleine Rolle, wie aus Abbildung 4.1 ersichtlich ist.

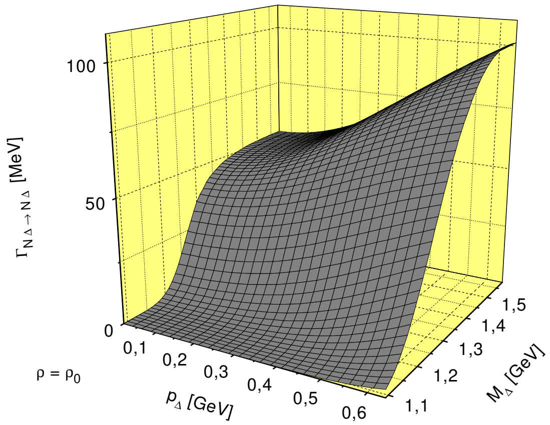


Abbildung 4.6: $\Delta N \to \Delta N$-Stoßrate eines $\Delta^+(1232)$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0

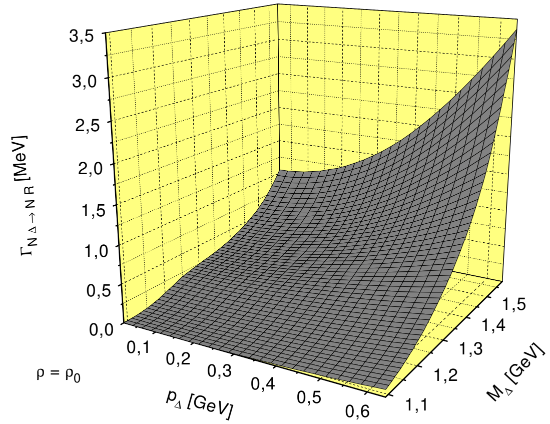


Abbildung 4.7: $\Delta N \to R N$-Stoßrate eines $\Delta^+(1232)$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0

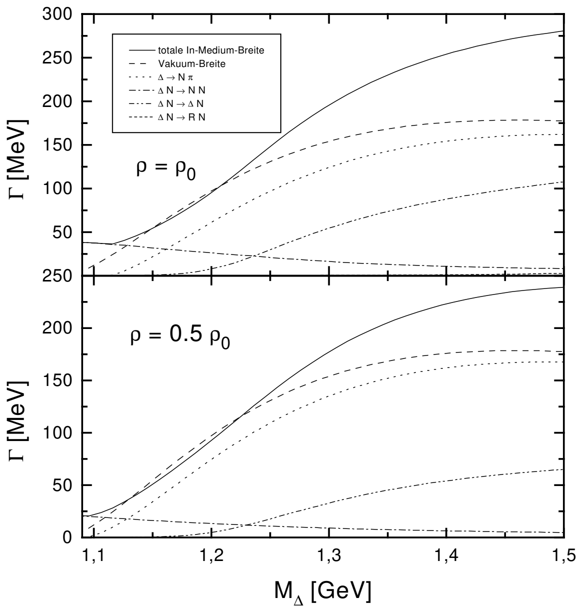


Abbildung 4.8: Beiträge zur totalen Deltabreite in isospinsymmetrischer Kernmaterie

4.3.2 In-Medium-Breiten der höheren Resonanzen

Die weiteren für die Gammaabsorption wichtigen Resonanzen sind das $N(1520)$ und das $N(1680)$ sowie für die Etaproduktion das $N(1535)$. Die Abbildungen 4.9 - 4.11 zeigen die In-Medium-Breiten für diese Resonanzen als Funktion von Masse und Impuls bei Dichte ρ_0 in isospinsymmetrischer Kernmaterie. Im Fall des $N(1520)$ sieht man, daß die Breite aufgrund fehlender Pauli-Blocking-Effekte nahezu unabhängig vom Resonanzimpuls ist und mit großer Masse durch die Parametrisierung des $N(1520) \to N\rho$-Zerfalls stark ansteigt.

Die Stufe in der Breite des $N(1535)$ erklärt sich aus der Öffnung des $N\eta$-Kanals ab einer Resonanzmasse von 1.49 GeV. Da dieser Zerfall in der Nähe der Schwelle häufig pauli-geblockt ist, sieht man eine Abhängigkeit vom Resonanzimpuls wie im Fall der Einpionenbreite des $\Delta(1232)$. Die Breite des

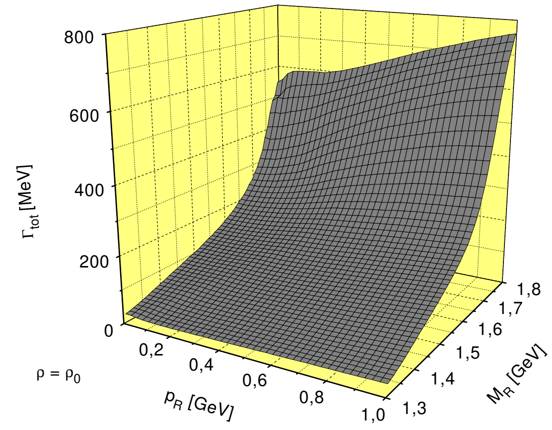


Abbildung 4.9: Breite eines $N(1520)$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0

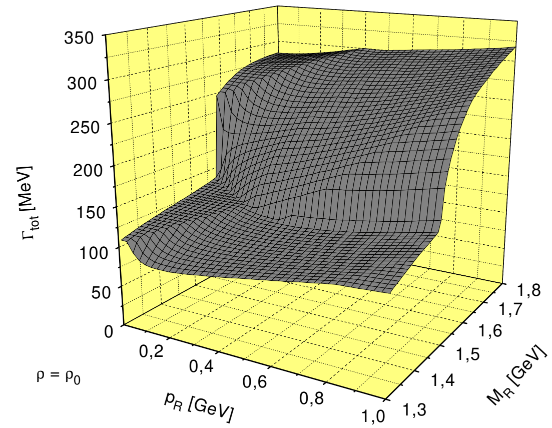


Abbildung 4.10: Breite eines $N(1535)$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0

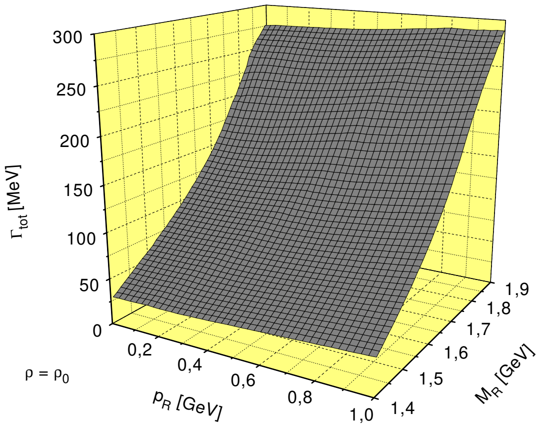


Abbildung 4.11: Breite eines $N(1680)$ in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0

$N(1680)$ zeigt wie die Breite des $N(1520)$ eine nur sehr kleine Abhängigkeit vom Resonanzimpuls und ist durch die Parametrisierung der Vakuumbreite dominiert.
In Abbildung 4.12 sind die einzelnen Beiträge zu den In-Medium-Breiten dieser drei Resonanzen als Funktion der Resonanzmasse dargestellt. Der Resonanzimpuls entspricht dabei dem Impuls, den die Resonanz hat, wenn sie an einem ruhenden Nukleon durch Absorption eines Gammas gebildet wird. Außerdem erfolgt ein Vergleich mit der Vakuumbreite. Für kleine Resonanzmassen liegt die In-Medium-Breite aufgrund des Pauli-Blockings etwas unter der Vakuumbreite und für große etwas darüber, da dann der Phasenraum für die Produktion anderer Resonanzen aufgeht.
Der Effekt der Stoßverbreiterung ist jedoch insgesamt relativ klein, wofür es in erster Linie zwei Gründe gibt. Zum einen sind die Vakuumbreiten bereits relativ groß, so daß die Stoßbreite, die bei Dichte ρ_0 nach oben durch

$$\Gamma_{max} = v\,\rho_0\,\sigma_{max} = v\,265\,\mathrm{MeV}$$

beschränkt ist, keinen prozentual großen Beitrag geben kann. Zum anderen spielt der Prozeß $R\,N \to N\,N$ nahezu keine Rolle und die entsprechende Breite ist in Abbildung 4.12 fast nicht zu sehen. Dies resultiert aus dem in Kapitel 3.3.2 angegebenen Matrixelement für den Prozeß $N\,N \to N\,R$, wel-

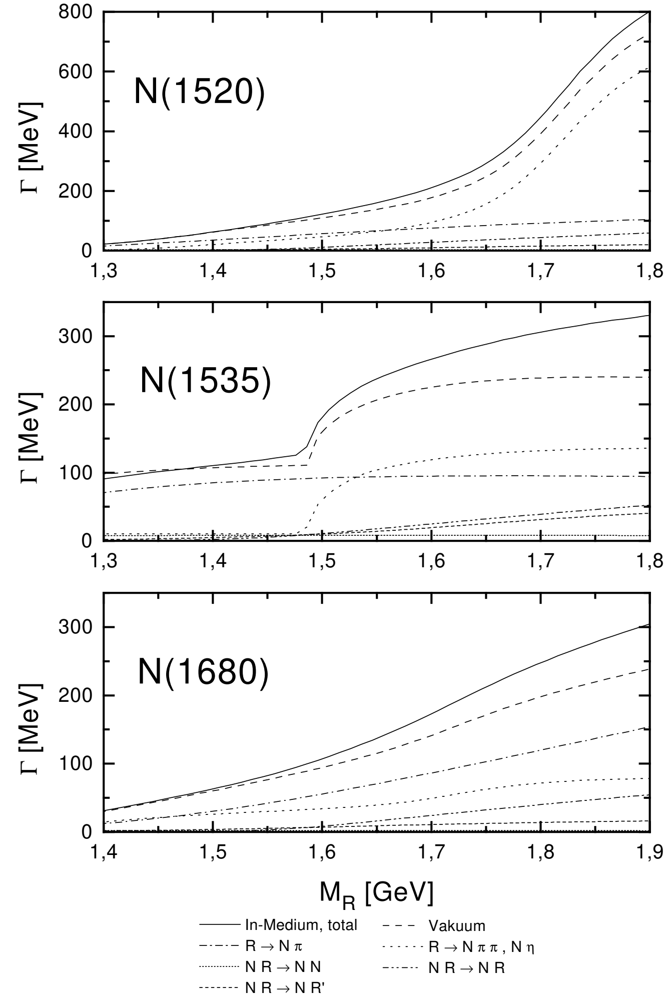


Abbildung 4.12: Resonanzbreiten in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0

ches sehr klein ist. Wenn man die Annahme fallen läßt, daß das angesprochene Matrixelement für alle Resonanzen gleich groß ist, kann man bestimmten Resonanzen ein größeres Matrixelement zuordnen. Aber selbst wenn man das Matrixelement für eine Resonanz, zum Beispiel das N(1520), auf den maximal mit den $N\,N \to N\,N\,\pi$-Daten verträglichen Wert setzt - die Matrixelemente für die anderen Isospin-$\frac{1}{2}$-Resonanzen sind dann 0 - erhält man lediglich eine Verbreiterung, die etwa der Delta-Stoßbreite aus $\Delta\,N \to N\,N$ enstspricht, also ungefähr 25 MeV beträgt.
In Abbildung 4.13 sind die Stoßbreiten der Resonanzen aus Abbildung 4.12 separat dargestellt. Man sieht, daß die Breiten, die sich aus Prozessen mit einer anderen Resonanz im Ausgangskanal ergeben, stark mit der Resonanzmasse ansteigen, da der Phasenraum aufgeht. Demgegenüber ist die Breite aus $R\,N \to N\,N$ aufgrund der Parametrisierung aus Gleichung (3.34) nahezu unabhängig von der Resonanzmasse.

4.4 Vergleich von BUU- und Fermi-Gas-Rechnung

Für das $\Delta(1232)$ wurden die mit Hilfe des BUU-Modells für eine γ-^{40}Ca-Reaktion gewonnenen Breiten mit der oben dargestellten Fermi-Gas-Rechnung verglichen. Dies ist in Abbildung 4.14 dargestellt. Man erkennt, daß beide Rechnungen im Rahmen der mit dem BUU-Programm erzielten Statistik gut übereinstimmen. Lediglich für Massen kleiner als 1.15 GeV gibt es Abweichungen, weil dann die Lebensdauer der Deltas groß wird und diese somit in Bereiche anderer Dichte laufen können. Betrachten wir also zum Beispiel Deltas, die bei einer Dichte ρ_0 erzeugt wurden, so können diese mit hoher Wahrscheinlichkeit in ein Gebiet kleinerer Dichte laufen, in dem die Stoßrate kleiner und das Pauli-Blocking für den Zerfall weniger effektiv sind. Da sich beide Effekte gegenseitig aufheben, ist der Einfluß auf die totale Breite klein. Für große Massen ist die Lebensdauer so klein, daß die Deltas mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit bei der gleichen Dichte zerfallen bei der sie erzeugt werden.
Für die Berechnung der Breiten gemäß Gleichung (4.10) und (4.15) wurde für das einlaufende Nukleon eine Impulsverteilung im Rahmen der lokalen Thomas-Fermi-Näherung angenommen, welche auch für die Initialisierung des Kerns im BUU-Programm verwendet wird. Da während einer γ-Kern-Reaktion nicht der gesamte Kern aufgeheizt wird, kann man davon ausgehen, daß eine Resonanz diese Verteilung auch noch zu einem späteren Zeitpunkt der Reaktion „sieht“.

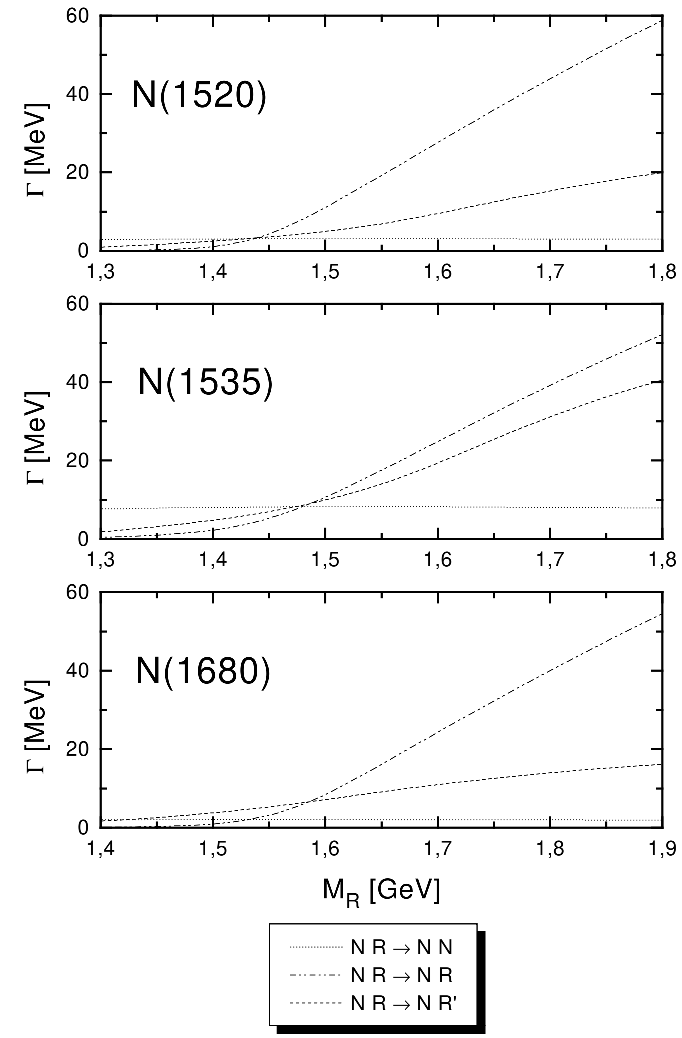


Abbildung 4.13: Stoßbreiten in isospinsymmetrischer Kernmaterie bei ρ_0

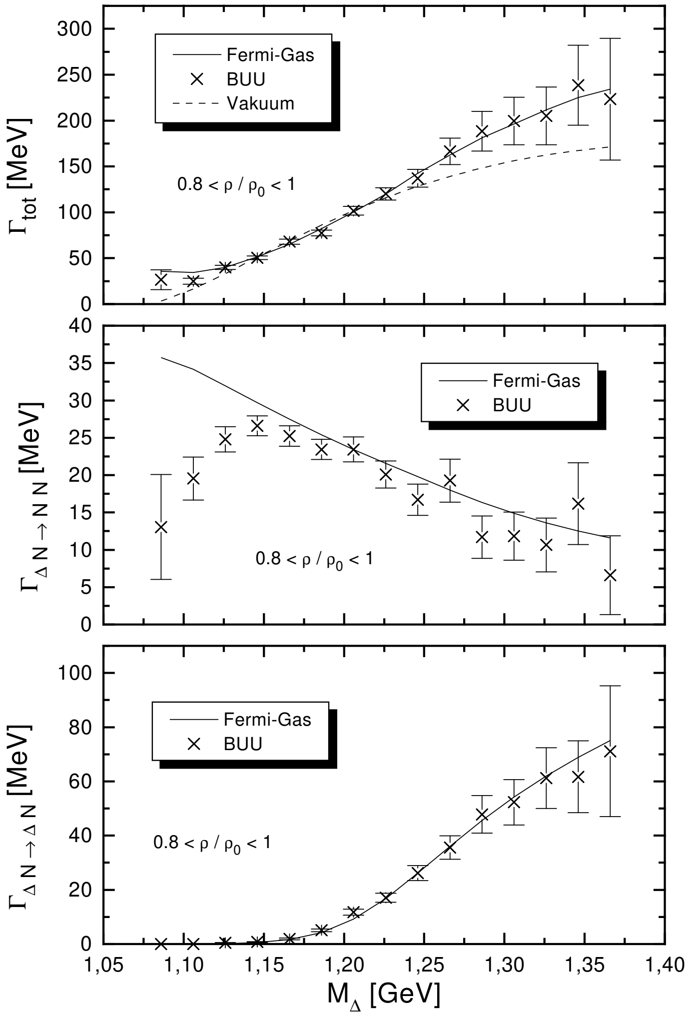


Abbildung 4.14: Deltabreiten für ^{40}Ca

Kapitel 5

Die γ-Nukleon-Reaktion

In diesem Kapitel wird auf die Parametrisierung des elementaren γ-Nukleon-Wirkungsquerschnittes eingegangen, wobei insbesondere die Zerlegung in die einzelnen Resonanzbeiträge von Bedeutung ist, weil spätere Effekte der Stoßverbreiterung von dieser Zerlegung abhängen. Zunächst wird der wichtigste Kanal, der Einpionenkanal, betrachtet.

5.1 Einpionenproduktion

Eine inkohärente Zerlegung der Wirkungsquerschnitte zur Einpionenproduktion in Resonanzbeiträge und Untergrund ist nicht sinnvoll, da - insbesondere im Energiebereich der $\Delta(1232)$-Resonanz - Interferenzen zwischen Resonanz- und Untergrundbeiträgen von Bedeutung sind. Deshalb werden die Resonanzen nicht an den totalen Wirkungsquerschnitt gefittet, sondern an Amplituden aus einer Partialwellenanalyse von Arndt et al. [36].

5.1.1 Partialwellenzerlegung

Aus den Partialwellenamplituden $A_{l\pm}$ und $B_{l\pm}$ ($j = l \pm \frac{1}{2}$, l =Drehimpuls des π-N-Systems) kann man die folgenden Helizitätsamplituden konstruieren [37]:

$$H_N(\theta) = \sqrt{2}\cos\frac{1}{2}\theta\sum_{l=0}^{\infty}\left(A_{l+} - A_{(l+1)-}\right)\left(P_l' - P_{l+1}'\right) \tag{5.1}$$

$$H_{SP}(\theta) = \sqrt{\frac{1}{2}}\cos\frac{1}{2}\theta\sin\theta\sum_{l=1}^{\infty}\left(B_{l+} - B_{(l+1)-}\right)\left(P_l'' - P_{l+1}''\right) \tag{5.2}$$

$$H_{SA}(\theta) = \sqrt{2}\sin\frac{1}{2}\theta\sum_{l=0}^{\infty}\left(A_{l+} + A_{(l+1)-}\right)\left(P_l' + P_{l+1}'\right) \tag{5.3}$$

$$H_D(\theta) = \sqrt{\frac{1}{2}}\sin\frac{1}{2}\theta\sin\theta\sum_{l=1}^{\infty}\left(B_{l+}+B_{(l+1)-}\right)\left(P_l''+P_{l+1}''\right) \quad , \quad (5.4)$$

wobei der Winkel zwischen ein- und auslaufendem Nukleonenimpuls im Schwerpunktsystem mit θ bezeichnet ist. Die P_l sind die Legendre-Polynome als Funktion von $\cos\theta$, die Striche bedeuten Ableitungen nach $\cos\theta$.
Die vier möglichen Reaktionskanäle lassen sich durch drei Isospinamplituden ausdrücken:

$$H^{\pi^0 p} = {}_pH^{1/2}+\frac{2}{3}H^{3/2} \quad (5.5)$$
$$H^{\pi^+ n} = \sqrt{2}\left({}_pH^{1/2}-\frac{1}{3}H^{3/2}\right) \quad (5.6)$$
$$H^{\pi^- p} = \sqrt{2}\left({}_nH^{1/2}+\frac{1}{3}H^{3/2}\right) \quad (5.7)$$
$$H^{\pi^0 n} = -{}_nH^{1/2}+\frac{2}{3}H^{3/2} \quad (5.8)$$

Aus den Helizitätsamplituden lassen sich alle Observablen konstruieren, wobei hier nur der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für die Einpionenproduktion von Interesse ist:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{q}{2k}\left[|H_N(\theta)|^2+|H_D(\theta)|^2+|H_{SP}(\theta)|^2+|H_{SA}(\theta)|^2\right] \quad (5.9)$$

Dabei sind der Pionenimpuls im Schwerpunktsystem mit q und der Gammaimpuls im Schwerpunktsystem mit k bezeichnet.
Nach Integration ergibt sich dann der totale Wirkungsquerschnitt [37] als Funktion der Partialwellenamplituden:

$$\sigma = 4\pi\frac{q}{k}\sum_{l=0}^{\infty}\left[(l+1)\left(|A_{l+}|^2+\left|A_{(l+1)-}\right|^2\right) + \frac{1}{4}l(l+1)(l+2)\left(|B_{l+}|^2+\left|B_{(l+1)-}\right|^2\right)\right] \quad (5.10)$$

5.1.2 Resonanzbeiträge

Als Resonanzbeiträge zur Einpionenproduktion werden Breit-Wigner-Parametrisierungen der Form aus Gleichung (3.5) angesetzt. Da wir hier die Resonanzen allerdings nicht an totale Wirkungsquerschnitte, sondern an Partialwellenamplituden anpassen, werden Breit-Wigner-Formeln für die Amplituden benötigt, das heißt, mit Gleichung (3.5) kennen wir nur den Betrag, nicht aber die komplexe Phase der Amplitude. Unter der Annahme, daß die

Resonanz	j_1	j_2	$A_{1/2}$ [GeV$^{-1/2}$]		$A_{3/2}$ [GeV$^{-1/2}$]	
			p	n	p	n
$\Delta(1232)$	2	1	-0.141	-0.141	-0.260	-0.260
$N(1520)$	2	1	-0.022	-0.062	0.163	-0.137
$N(1535)$	1	0	0.125	-0.100	0	0
$N(1680)$	4	2	-0.014	0.027	0.135	-0.035

Tabelle 5.1: Resonanzparameter für die Gammaabsorption

auftretenden Vertizes reell sind, daß also die angesprochene Phase gerade der Phase des Resonanzpropagators aus Gleichung (3.3) entspricht, erhält man [37]:

$$A_R(\sqrt{s}) = A_{l\pm}(M_R)\left(\frac{k_0\,q_0}{k\,q}\right)^{1/2}\left(\frac{\Gamma_{tot}(M_R)}{\Gamma_\pi(M_R)}\right)^{1/2}\frac{\sqrt{s}\,\Gamma_\pi^{1/2}\,\Gamma_\gamma^{1/2}}{M_R^2-s-\mathrm{i}\sqrt{s}\,\Gamma_{tot}} \quad , \quad (5.11)$$

wobei

$$\Gamma_\gamma = \Gamma_0\left(\frac{k}{k_0}\right)^{j_1}\left(\frac{k_0^2+X^2}{k^2+X^2}\right)^{j_2} \quad (5.12)$$

und

$$A_{l\pm}(M_R) = \mp\alpha\,C_{N\pi}\,A_{1/2} \quad (5.13)$$
$$B_{l\pm}(M_R) = \pm4\alpha\left[(2J-1)(2J+3)\right]^{-1/2}C_{N\pi}\,A_{3/2} \quad (5.14)$$

$$\alpha \equiv \left[\frac{1}{\pi}\frac{k_0}{q_0}\frac{1}{2J+1}\frac{M_N}{M_R}\frac{\Gamma_\pi(M_R)}{\Gamma_0^2}\right]^{1/2} \quad (5.15)$$

$C_{N\pi}$ ist der Clebsch-Gordan-Koeffizient für die Kopplung der Isospins von Nukleon und Pion zum jeweiligen Resonanzisospin, Γ_π die Einpionenzerfallsbreite und Γ_0 die totale Zerfallsbreite auf der Resonanz. Die Helizitätsamplituden $A_{1/2}$ und $A_{3/2}$ werden [18] entnommen. Für den Parameter X wird

$$X = 0.3\,\mathrm{GeV}$$

für alle Resonanzen verwendet. Die Parameter j_1 und j_2 stammen, abgesehen vom $N(1535)$, aus [37]. In Tabelle 5.1 sind die für die Gammaabsorption relevanten Resonanzen mit den für sie verwendeten Parametern aufgeführt. Der zu Gleichung (5.11) korrespondierende Wirkungsquerschnitt ergibt sich mit Gleichung (5.10) als:

$$\sigma_{\gamma N\to R\to N\pi} = \left(\frac{k_0}{k}\right)^2\frac{s\,\Gamma_\gamma\,\Gamma_{R\to N\pi}}{\left(s-M_R^2\right)^2+s\,\Gamma_{tot}^2}\,\frac{2M_N}{M_R\,\Gamma_0}\left(\left|A_{1/2}\right|^2+\left|A_{3/2}\right|^2\right) \quad (5.16)$$

Dieser Ausdruck entspricht Gleichung (3.5), wenn man berücksichtigt, daß die Spinfaktoren bereits in den Helizitätsamplituden enthalten sind und Γ_γ nicht die Partialbreite der Resonanz für den Zerfall nach $N\gamma$, sondern dieser Größe lediglich proportional ist.
Die Parameter für das $N(1535)$ wurden an die Experimente zur Etaphotoproduktion angepaßt, worauf in Kapitel 5.2 eingegangen wird. Die Helizitätsamplituden dieser Resonanz, die aus der Pionenphotoproduktion extrahiert wurden, liegen ungefähr einen Faktor 2 unter den hier verwendeten. Auf die Ergebnisse zur Gammaabsorption oder Pionenphotoproduktion am Kern hat dies jedoch keinen Einfluß, da der Beitrag des $N(1535)$ immer noch ziemlich klein ist.
In Abbildung 5.1 werden die mit Gleichung (5.11) erzeugten Deltabeiträge zu den entsprechenden Partialwellenamplituden mit den Amplituden aus [36] für die Reaktionen $\gamma\, p \to p\,\pi^0$ und $\gamma\, n \to p\,\pi^-$ verglichen. Man sieht, daß Deltabeitrag und totale Amplitude im Fall der π^0-Produktion sehr gut übereinstimmen, da Untergrundterme vernachlässigbar klein sind. Diese gute Übereinstimmung rechtfertigt den Breit-Wigner-Ansatz in Gleichung (5.11).
Im Kanal $\gamma\, n \to p\,\pi^-$ wird der Imaginärteil der Amplitude weiterhin durch die Deltaresonanz dominiert. Der Realteil weist aber einen Untergrund auf, der in etwa die Größe des Resonanzbeitrages hat. Der Übersichtlichkeit halber ist die Differenz von voller Amplitude und Deltabeitrag nicht dargestellt. Man sieht aber, daß diese Differenz eine ziemlich glatte Kurve ist. Die Größe des Untergrundes unterstreicht die Notwendigkeit der kohärenten Addition von Untergrund und Resonanzbeitrag.
Der Beitrag des $N(1520)$ zu $\gamma\, p \to p\,\pi^0$ und $\gamma\, n \to p\,\pi^-$ ist in Abbildung 5.2 zu sehen. In der A_{2-}-Amplitude der π^0-Produktion ist der Resonanzbeitrag kaum erkennbar, was aber in erster Linie auf die geringe Größe der Amplitude zurückgeführt werden kann. Die B_{2-}-Amplitude zeigt demgegenüber eine deutliche Resonanzstruktur, die durch den Beitrag des $N(1520)$ gut dargestellt wird. Im $\gamma\, n \to p\,\pi^-$-Kanal ist der Beitrag des $N(1520)$ ebenfalls eindeutig identifizierbar.
Für die Kanäle $\gamma\, p \to n\pi^+$ und $\gamma\, n \to n\pi^0$ zeigen die Partialwellenamplituden das gleiche Verhalten wie im Fall der beiden dargestellten Kanäle, wobei die Untergrundterme im Bereich der Deltaresonanz insbesondere für die Kanäle mit geladenen Pionen von Bedeutung sind.
In Abbildung 5.3 sind die totalen Wirkungsquerschnitte für beide Kanäle der Pionphotoproduktion am Proton dargestellt. Als Untergrund ist dabei der Wirkungsquerschnitt bezeichnet, der sich aus den Partialwellenamplituden nach Abzug der Resonanzbeiträge ergibt. Dieser Untergrund ist im Fall der π^0-Photoproduktion sehr viel kleiner als in der π^+-Photoproduktion. An der Schwelle läßt sich dies qualitativ durch eine Betrachtung des elektrischen

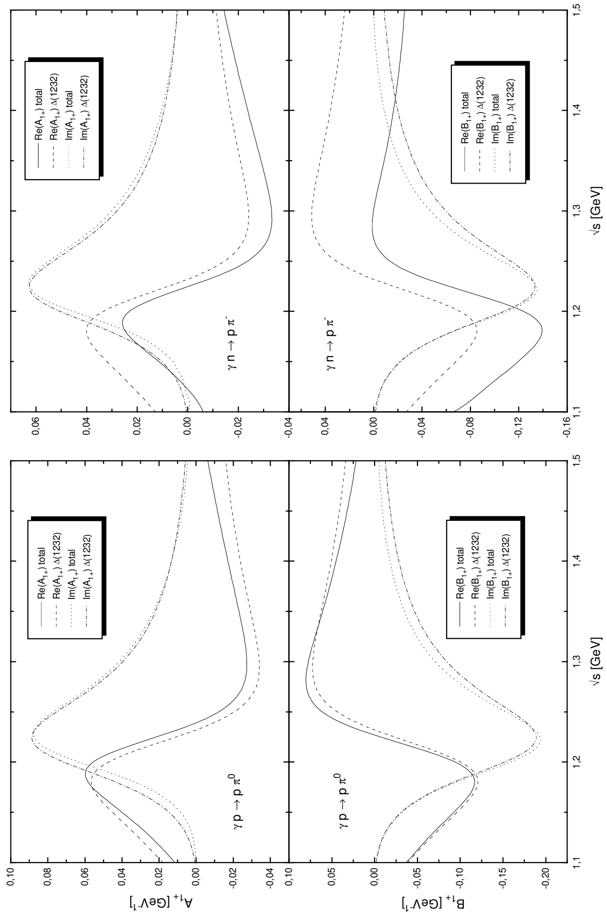


Abbildung 5.1: Deltabeitrag zur 1+ Partialwelle für $\gamma\, p \to p\,\pi^0$ und $\gamma\, n \to p\,\pi^-$

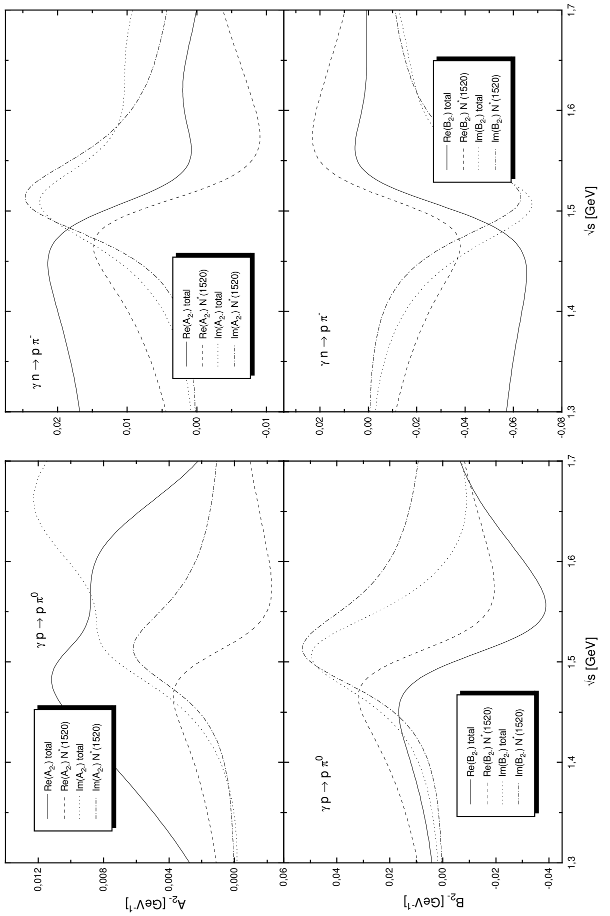


Abbildung 5.2: Beitrag des $N(1520)$ zur 2- Partialwelle für $\gamma\, p \rightarrow p\, \pi^0$ und $\gamma\, n \rightarrow p\, \pi^-$

Dipolmoments des π-N-Endzustandes verstehen [16]. Aufgrund der wesentlich kleineren Masse des Pions ist das elektrische Dipolmoment eines π-N-Systems im Fall eines geladenen Pions und eines ungeladenen Nukleons wesentlich größer als im umgekehrten Fall. Da an der Schwelle der Wirkungsquerschnitt durch einen elektrischen Dipolübergang bestimmt wird, ergibt sich eine Erhöhung der Wirkungsquerschnitte der Kanäle mit geladenen Pionen.

Die Tatsache, daß der Untergrund im wesentlichen glatt verläuft, zeigt, daß unsere Zerlegung in Resonanzbeiträge und Untergrund vernünftig ist. Die Struktur des Untergrundes im π^+-Kanal bei 1.5 GeV läßt sich durch eine Modifikation des Beitrags des $N(1520)$ nicht beseitigen. Da die Größe dieser Struktur lediglich 10 μb beträgt, ergäben sich mit einem wirklich glatten Untergrund in den späteren Berechnungen am Kern die gleichen Resultate.

Man sieht, daß sich eine inkohärente Addition der einzelnen Beiträge, zum Beispiel auf der Deltaresonanz im π^+-Kanal, signifikant von der dargestellten kohärenten Addition unterscheidet. Deshalb ist es auch für die Berechnung der Gammaabsorption an Kernen notwendig, die verschiedenen Beiträge im Einpionenkanal nach einer Modifikation der Resonanzbeiträge kohärent aufzuaddieren.

Die Wirkungsquerschnitte für die Pionenphotoproduktion am Neutron sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Experimentelle Daten gibt es nur für den π^--Kanal. Der π^0-Wirkungsquerschnitt ist deshalb mit der Unsicherheit der Partialwellenzerlegung aus [36] behaftet. Im Bereich der Deltaresonanz wird dieser Wirkungsquerschnitt jedoch nahezu vollständig vom Beitrag des Deltas gebildet. Da die Unsicherheiten in den Helizitätsamplituden des Deltas im Prozentbereich liegen [18], kann man davon ausgehen, daß sich der Wirkungsquerschnitt im Bereich der Deltaresonanz nicht stark von der dargestellten Kurve unterscheidet.

Neue Daten zur π^0-Photoproduktion am Deuteron [39] unterstützen den verwendeten Wirkungsquerschnitt. In Abbildung 5.5 ist das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte der π^0-Produktion an Neutron und Proton dargestellt. Bei der Extraktion dieses Verhältnisses aus den Deuteron-Daten spielt das zugrunde gelegte Deuteronmodell eine wichtige Rolle. Das realistischere der beiden verwendeten Modelle (Deuteronmodell 1) ergibt ein Verhältnis, das dem der oben gezeigten Wirkungsquerschnitte recht nahe kommt. Unter Verwendung des anderen Modells (Deuteronmodell 2) erhält man einen größeren Neutronen-Wirkungsquerschnitt. Dieser Wirkungsquerschnitt wird später zu Vergleichszwecken verwendet.

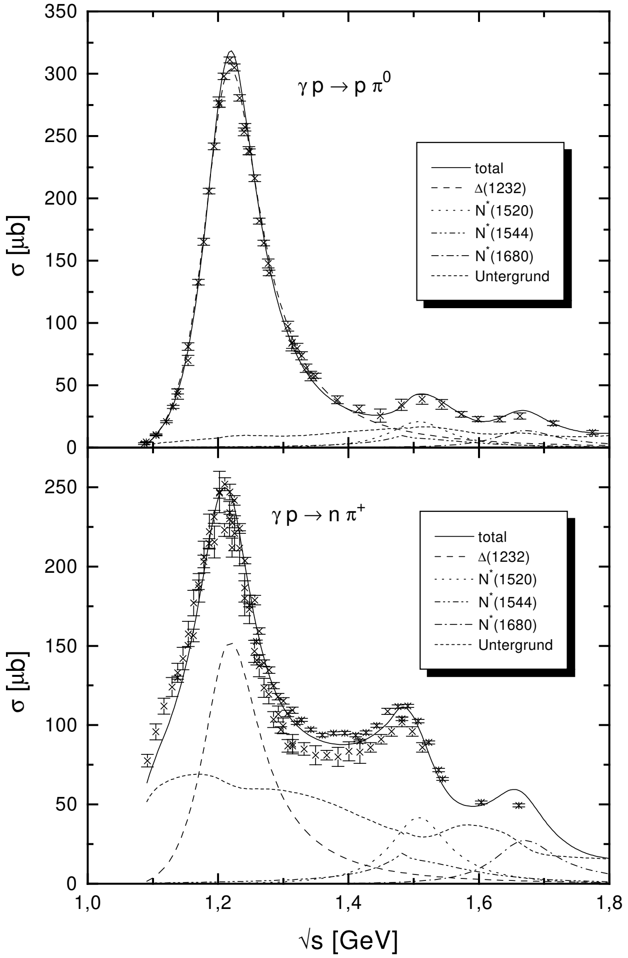


Abbildung 5.3: Wirkungsquerschnitte der Pionenphotoproduktion am Proton. Die Daten sind aus [38].

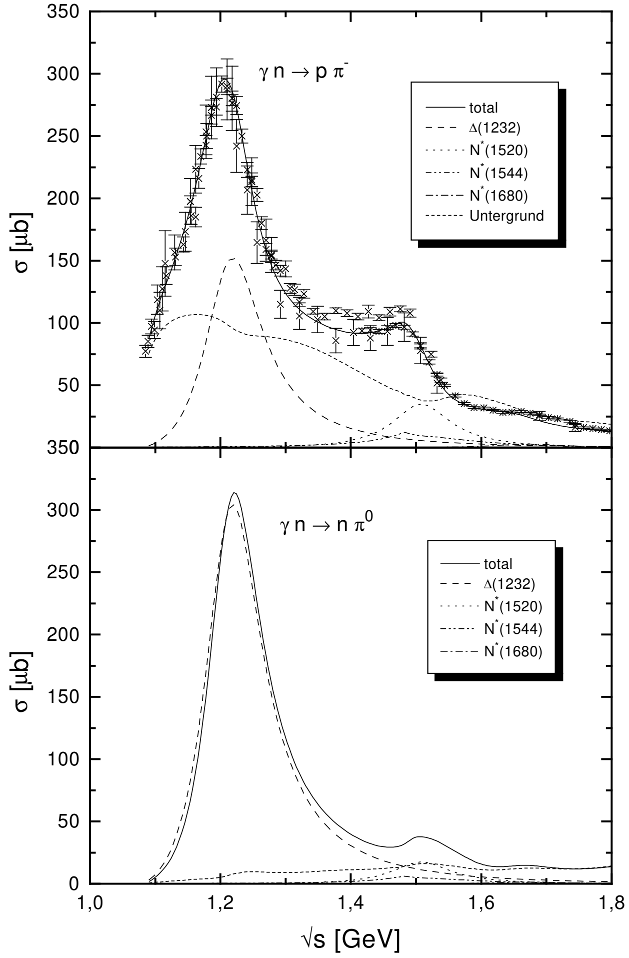


Abbildung 5.4: Wirkungsquerschnitte der Pionenphotoproduktion am Neutron. Die Daten sind aus [38].

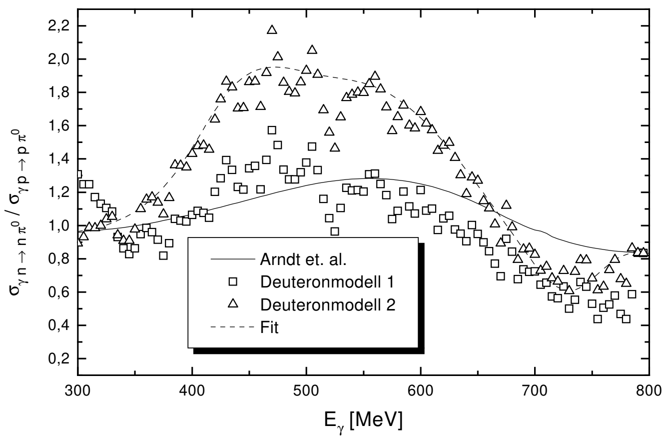


Abbildung 5.5: Verhältnis der π^0-Photoproduktion an Neutron und Proton. Die Daten sind aus [39]. Die durchgezogene Linie entspricht den verwendeten Wirkungsquerschnitten.

5.2 Etaproduktion

Der Wirkungsquerschnitt der Etaphotoproduktion wird unter der Annahme parametrisiert, daß es sich bei der Etaphotoproduktion stets um die Anregung eines intermediären $N(1535)$ handelt und Untergrundterme bedeutungslos sind. Der Wirkungsquerschnitt schreibt sich dann mit Gleichung (5.16) als:

$$\sigma_{\gamma N \to N\eta} = \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s\,\Gamma_\gamma\,\Gamma_{N(1535)\to N\eta}}{\left(s - M_{1535}^2\right)^2 + s\,\Gamma_{tot}^2} \frac{2M_N}{M_{1535}\,\Gamma_0} \left|A_{1/2}\right|^2 \quad , \tag{5.17}$$

wobei Γ_γ in Gleichung (5.12) definiert wurde, und die totale Breite Γ_{tot} gegeben ist als:

$$\Gamma_{tot} = \Gamma_\pi + \Gamma_\eta + \Gamma_{\pi\pi} \tag{5.18}$$

mit

$$\Gamma_\pi = \frac{q_\pi}{q_{R,\pi}} b_\pi \,\Gamma_0 \frac{q_{R,\pi}^2 + c_\pi^2}{q_\pi^2 + c_\pi^2} \tag{5.19}$$

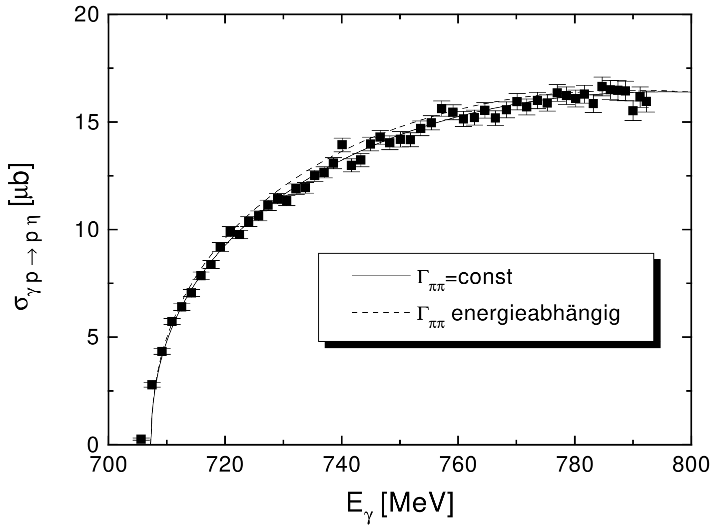


Abbildung 5.6: Etaphotoproduktion am Proton. Die Daten sind aus [19].

$$\Gamma_\eta = \frac{q_\eta}{q_{R,\eta}} b_\eta \,\Gamma_0 \frac{q_{R,\eta}^2 + c_\eta^2}{q_\eta^2 + c_\eta^2} \tag{5.20}$$

$$\Gamma_{\pi\pi} = b_{\pi\pi}\,\Gamma_0\,\Theta(\sqrt{s} - M_N - 2m_\pi) \tag{5.21}$$

Die Resonanzparameter M_{1535} und Γ_0 mit den Verzweigungsverhältnissen b_π, b_η und $b_{\pi\pi}$ sowie die Helizitätsamplitude $A_{1/2}$ sind [19] entnommen und in den Tabellen 3.1 und 5.1 aufgeführt. Um eine bessere Anpassung an die experimentellen Daten zu erreichen, wurden im Gegensatz zu [19] die dargestellten Formfaktoren mit den Parametern c_π und c_η an die Breiten multipliziert. Für die Zweipionenbreite wurde die Parametrisierung aus [19] übernommen, da sich mit dieser Parametrisierung die experimentellen Daten besser als mit der energieabhängigen aus Gleichung (3.16) beschreiben lassen. Mit

$$c_\pi^2 = c_\eta^2 = 0.25\,\mathrm{GeV}^2$$

erhält man die in Abbildung 5.6 dargestellte Kurve für die Etaphotoproduktion am Proton. Außerdem ist die Kurve dargestellt, die sich mit einer

	Zerfallskanal			
	$\Delta\pi$	$N\rho$	$N\sigma$	$N(1440)\pi$
$p\,\pi^+\,\pi^-$	5/9	1/3	2/3	4/9
$n\,\pi^+\,\pi^0$	2/9	2/3	0	4/9
$p\,\pi^0\,\pi^0$	2/9	0	1/3	1/9

Tabelle 5.2: Isospinkoeffizienten für den 2 π Zerfall eines N^{*+}

energieabhängigen Zweipionenbreite ergibt.
Die winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte in [19] zeigen nur eine geringe Abweichung von einer isotropen Winkelabhängigkeit im Schwerpunktsystem. Mit zunehmender Gammaenergie ist ein Maximum bei einer Streuung von 90° im Schwerpunktsystem zu sehen. Diese Anisotropie beträgt allerdings maximal etwa 15%.
Für die Etaphotoproduktion am Neutron wird gemäß [40] eine andere Helizitätsamplitude bei ansonsten identischen Parametern verwendet, so daß sich bis auf einen Faktor 0.64 der gleiche Wirkungsquerschnitt wie am Proton ergibt.

5.3 Zweipionenproduktion

Daten zur Zweipionenproduktion gibt es bislang nur für das Proton. Für den Kanal $\gamma\, p \rightarrow p\,\pi^+\,\pi^-$ finden sich experimentelle Daten in [41, 42]. Für alle drei möglichen Isospinkanäle gibt es neue Daten in [43]. In Abbildung 5.7 sind die Wirkungsquerschnitte, die sich aus einer Anpassung an diese Daten ergeben, dargestellt.
Die Resonanzbeiträge zu diesen Wirkungsquerschnitten ergeben sich aus den Resonanzbeiträgen zum Einpionenquerschnitt (Gleichung (5.11)) und den Zerfallswahrscheinlichkeiten der Resonanzen (Kapitel 3.2):

$$\sigma_{\gamma N\rightarrow R\rightarrow N\pi\pi} = \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s\,\Gamma_\gamma\,\Gamma_{R\rightarrow N\pi\pi}}{\left(s-M_R^2\right)^2 + s\,\Gamma_{tot}^2}\,\frac{2M_N}{M_R\,\Gamma_0}\left(\left|A_{1/2}\right|^2 + \left|A_{3/2}\right|^2\right) \quad (5.22)$$

Die Zerlegung in die verschiedenen Isospinkanäle erhält man aus der Kopplung der jeweiligen Isospins. Dabei ist zu beachten, daß die Isospin-Endzustände des N$\pi\pi$-Systems von dem entsprechenden Kanal der Zweipionenbreite abhängen. In Tabelle 5.2 sind die relativen Gewichte dieser Isospin-Endzustände für die verschiedenen Kanäle aufgeführt.
Aus Abbildung 5.7 sieht man, daß der Breit-Wigner-Beitrag des $N(1520)$ in keiner Weise geeignet ist, die Struktur der Wirkungsquerschnitte zu be-

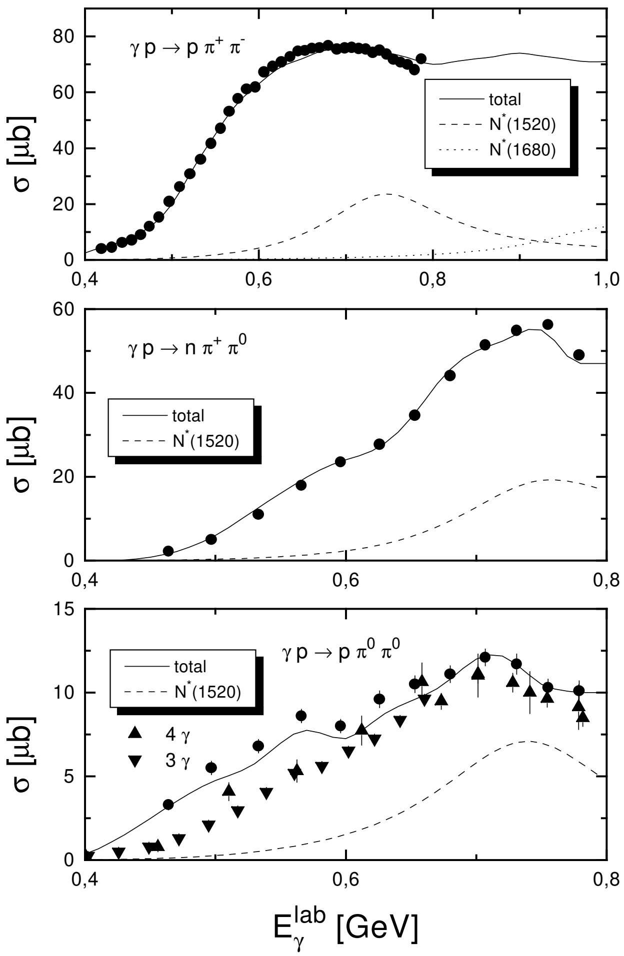


Abbildung 5.7: Zweipionenphotoproduktion am Proton. Die Daten stammen aus [43] (Kreise) und [44] (Dreiecke, vorläufige Daten). Die Resonanzbeiträge ergeben sich mit Gleichung (5.22).

schreiben, da die Differenz von totalem Querschnitt und Resonanzbeitrag keine glatte Kurve ergibt. Die in der Literatur vorhandenen Modelle zur Zweipionenphotoproduktion am Proton [45, 46] im Rahmen einer effektiven Pion-Nukleon-Feldtheorie können die experimentellen Daten nur in unzureichender Weise beschreiben. Deshalb ist es noch unklar, aus welchen Beiträgen sich die Wirkungsquerschnitte zusammensetzen und insbesondere, wie wichtig die einzelnen Resonanzbeiträge sind. Aus diesem Grund behandeln wir die Differenz von totalem Wirkungsquerschnitt und Resonanzbeiträgen als Untergrund.
Für Gammaenergien, die über den gemessenen Bereich hinausgehen, werden die Wirkungsquerschnitte als konstant angenommen. Für das Neutron gibt es keine Daten zur Zweipionenphotoproduktion. Hier erhalten wir die Zweipionenwirkungsquerschnitte aus der Differenz des totalen Gammaabsorptions- und des Einpionenwirkungsquerschnittes, worauf im folgenden eingegangen wird.

5.4 Der totale Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt am Nukleon

In Abbildung 5.8 wird die Summe aller bisher diskutierten Beiträge zum Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt am Proton mit den experimentellen Daten [47, 24] verglichen. Man sieht, daß der totale Wirkungsquerschnitt im hier betrachteten Energiebereich in sehr guter Näherung als Summe von Einpionen-, Zweipionen und Etawirkungsquerschnitt aufgefaßt werden kann. Weitere Kanäle wie der Dreipionenwirkungsquerschnitt besitzen offensichtlich keine Bedeutung.
Der totale Absorptionswirkungsquerschnitt am Neutron ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Da keine Daten zur Zweipionenproduktion am Neutron vorliegen, wird dieser Beitrag an den totalen Absorptionsquerschnitt angepaßt. Mit dem Ansatz

$$\sigma^{bg}_{\gamma n\to N\pi\pi} = \frac{a_1\,x + a_2\,x^2}{1 + a_3\,x + a_4\,x^2}\,\mu\text{b} \tag{5.23}$$

$$x = \frac{\sqrt{s} - M_N - 2m_\pi}{\text{GeV}}$$

und den Parametern

$$a_1 = 249.7 \quad a_2 = 314.1 \quad a_3 = -0.3537 \quad a_4 = 4.604$$

erhält man die gezeigte Kurve für den Zweipionenuntergrund.

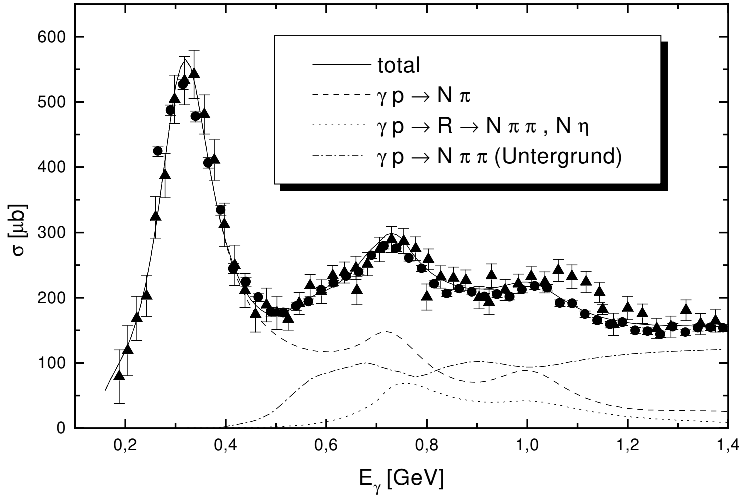


Abbildung 5.8: Beiträge zum totalen Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt am Proton. Die Daten sind aus [47] (Kreise) und [24] (Dreiecke).

Die Summe der Einpionenwirkungsquerschnitte liegt im Bereich der Deltaresonanz deutlich über dem von Armstrong et al. [48] experimentell bestimmten totalen Absorptionsquerschnitt. Die Unsicherheiten im von uns verwendeten π^0-Photoproduktionswirkungsquerschnitt am Neutron wurden oben diskutiert und sind nicht ausreichend, um die Differenz von 150 μb zu erklären.
In Frascati [49] wurde ebenfalls die Gammaabsorption am Deuteron gemessen. Als Target diente dort ein CD_2-Pulver, wobei der Beitrag des Kohlenstoffs später subtrahiert wurde. Mit einer Normalisierung von 0.88 konnte dieses Experiment die Armstrong-Daten reproduzieren. Der Normalisierungsfaktor wurde mit Unsicherheiten in der Homogenität des Targets begründet. Ohne diesen Normalisierungsfaktor entspräche das Frascati-Ergebnis sowohl der Partialwellenanalyse aus [36] als auch der Messung der π^0-Photoproduktion am Deuteron [39]. Deshalb ist davon auszugehen, daß die Armstrong-Daten einen systematischen Fehler enthalten. Dies heißt natürlich auch, daß mögli-

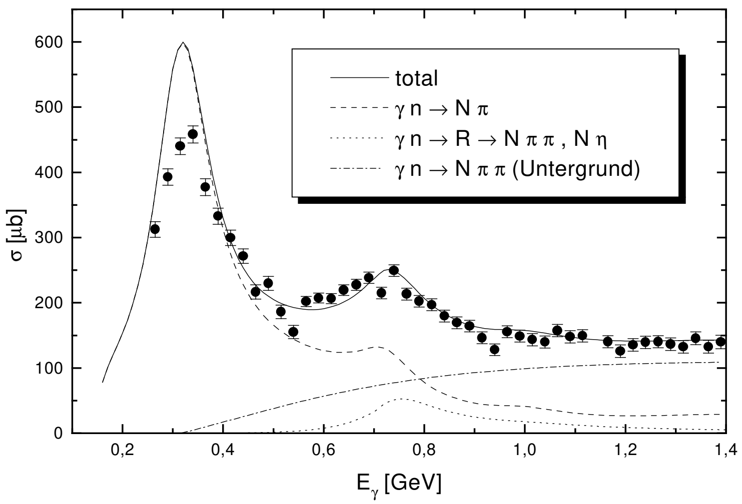


Abbildung 5.9: Beiträge zum totalen Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt am Neutron. Die Daten sind aus [48].

cherweise der von Armstrong bestimmte Absorptionswirkungsquerschnitt bei größeren Energien falsch ist und damit auch der von uns verwendete Zweipionenwirkungsquerschnitt am Neutron.
Die dargestellte experimentelle Situation induziert eine Unsicherheit von etwa 10% für die Berechnungen am Kern.

5.5 Implementierung ins BUU-Modell

Wenn der oben diskutierte Einpionenwirkungsquerschnitt in das BUU-Modell implementiert wird, werden Wirkungsquerschnitte für jeden Kanal benötigt und nicht nur für die kohärente Summe aller Kanäle, da in unserem Modell Nukleonenresonanzen explizit propagiert werden. Daher muß die kohärente durch eine skalierte inkohärente Summation ersetzt werden. Der Wirkungsquerschnitt für die Produktion einer Resonanz R wird in diesem Sinne ange-

setzt als:

$$\sigma^{eff}_{\gamma N\to R} = \int \frac{\frac{d\sigma_{\gamma N\to R\to N\pi}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma^{bg}_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega} + \sum_{R'} \frac{d\sigma_{\gamma N\to R'\to N\pi}}{d\Omega}} \frac{d\sigma_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega}\, d\Omega + \sigma_{\gamma N\to R\to X(X\neq N\pi)} \quad , \tag{5.24}$$

wobei mit $\sigma_{\gamma N\to R\to N\pi}$ und $\sigma^{bg}_{\gamma N\to N\pi}$ die Wirkungsquerschnitte bezeichnet sind, die sich ohne Interferenzen ergeben. Analog dazu ist der Wirkungsquerschnitt für die direkte Produktion eines $N\pi$-Paares gegeben durch:

$$\frac{d\sigma^{bg,eff}_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega} = \frac{\frac{d\sigma^{bg}_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma^{bg}_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega} + \sum_{R} \frac{d\sigma_{\gamma N\to R\to N\pi}}{d\Omega}} \frac{d\sigma_{\gamma N\to N\pi}}{d\Omega} \tag{5.25}$$

Auf diese Weise ist sichergestellt, daß die Summe dieser Wirkungsquerschnitte dem kohärent aufaddierten Wirkungsquerschnitt entspricht. Wie aus den Abbildungen 5.3 und 5.4 ersichtlich ist, liegt die Größe der Interferenzterme von Untergrund- und Resonanzbeiträgen für die Kanäle mit geladenen Pionen bei maximal etwa 20%. Für die Berechnungen zur Pionenproduktion ist daher die aus dieser Zerlegung stammende Unsicherheit vernachlässigbar, da die aus dem spontanen Zerfall resultierende Breite für alle Resonanzen wesentlich größer als die Stoßbreite ist (siehe Kapitel 4.3).
Da im Rahmen des BUU-Modells eine Resonanz in ihrem Ruhesystem isotrop zerfällt, ist es nicht möglich, die winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitte in korrekter Form zu implementieren.
Die Impulsverteilung in der Zweipionenproduktion geschieht unter der Annahme, daß das entsprechende Matrixelement nicht von den Impulsen der auslaufenden Teilchen abhängt und somit lediglich der Dreikörperphasenraum entscheidend ist (siehe Anhang B.2).
Die Zerlegung des Zweipionenwirkungsquerschnittes am Neutron in die verschiedenen Isospinkanäle geschieht in Anlehnung an die Maximalwerte der Zweipionenproduktion am Proton und wird energieunabhängig angesetzt als:

$$\sigma_{\gamma n\to n\pi^+\pi^-} : \sigma_{\gamma n\to p\pi^-\pi^0} : \sigma_{\gamma n\to n\pi^0\pi^0} = 75 : 55 : 12$$

5.5.1 Mediummodifikationen

Die Berechnung des elementaren Gamma-Nukleon-Wirkungsquerschnittes im Medium geschieht unter Berücksichtigung von drei Modifikationen. Zum einen ändert sich die Selbstenergie der Resonanzen im Medium und somit auch der Resonanzpropagator. Der Imaginärteil der Selbstenergie folgt aus der totalen Breite wie in Kapitel 4 dargelegt wurde. Ein Realteil wird nur für die

Deltaresonanz verwendet und ist über das Deltapotential U_Δ aus Gleichung (2.25) und das Nukleonenpotential U_N gegeben als:

$$\mathrm{Re}\,\Pi = 2\,E_\Delta\;(U_N - U_\Delta) \tag{5.26}$$

Außerdem muß berücksichtigt werden, daß im Medium Nukleonen-Endzustände pauli-geblockt sein können. Im Fall des Einpionenquerschnittes kann dies auf zwei Arten erfolgen. Die erste Möglichkeit besteht darin, in den Resonanzbeiträgen aus Gleichung (5.11) die Vakuum-Einpionenzerfallsbreiten zu verwenden und das Pauli-Blocking auf den kohärent aufaddierten winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitt anzuwenden. Man kann aber auch in Gleichung (5.11) die pauli-geblockte Einpionenbreite verwenden und dafür das Pauli-Blocking nur auf den Untergrundterm aus Gleichung (5.25) wirken lassen. Beide Möglichkeiten sollten keine allzu verschiedenen Ergebnisse ergeben. Für die Zweipionen- und Etabreiten in den Gleichungen (5.17) und (5.22) werden die mediummodifizierten Breiten verwendet.
Schließlich muß noch beachtet werden, daß den Resonanzen im Medium gegenüber dem Vakuum zusätzliche Zerfallskanäle offenstehen. Wir erhalten also Beiträge der Form:

$$\sigma_{\gamma N \to R \to coll} = \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s\,\Gamma_\gamma\,\Gamma_{R,coll}}{(s-M_R)^2 + s\,\Gamma_{tot}^2}\,\frac{2M_N}{M_R\,\Gamma_0}\,\left(\left|A_{1/2}\right|^2 + \left|A_{3/2}\right|^2\right) \quad , \tag{5.27}$$

wobei mit $\Gamma_{R,coll}$ die Stoßbreite der Resonanz bezeichnet ist. In Form dieser Beiträge wird also ein Teil der möglichen Zweikörperabsorptionsprozesse für das Photon berücksichtigt. Es ist jedoch nicht klar, ob damit der dominante Teil der Zweikörperabsorption enthalten ist, da es natürlich wesenlich mehr Prozesse gibt, bei denen ein Photon von zwei Nukleonen absorbiert wird. Zum Beispiel werden alle Prozesse vernachlässigt, bei denen das Gamma an ein zwischen zwei Nukleonen ausgetauschtes Meson koppelt. In [51] finden sich alle Diagramme, die im Rahmen eines Δ-hole-Modells zur Gammaabsorption beitragen, wobei Prozesse mit bis zu drei Nukleonen im Eingangskanal berücksichtigt werden.

Kapitel 6

Ergebnisse

Da nun das Modell vollständig festgelegt ist, können wir uns der Diskussion der Ergebnisse zur Gammaabsorption und Mesonenphotoproduktion am Kern zuwenden.

6.1 Gammaabsorption

Wir können davon ausgehen, daß die Wahrscheinlichkeit, daß ein Gamma mit einem Nukleon reagiert, nicht vom Ort des Nukleons abhängt, da der totale Gamma-Nukleon-Wirkungsquerschnitt im hier betrachteten Energiebereich verglichen mit nuklearen Abmessungen klein ist:

$$\sigma_{\gamma N}^{max} = 600\,\mu\mathrm{b} = 6\cdot 10^{-32}\,\mathrm{m}^2 = \pi\,(0.14\,\mathrm{fm})^2 \quad ,$$

Unter dieser Annahme schreibt sich der totale Absorptionsquerschnitt σ_{abs} an einem Kern mit Massenzahl A und Protonenzahl Z in unserem semiklassischen Modell als:

$$\begin{aligned}\sigma_{abs} \;=\; & \int 4\pi\,\rho(r)\,r^2\,dr \int^{p_F} \frac{d^3p_N}{\frac{4}{3}\pi\,p_F^3}\,\frac{k_{\gamma N}}{k_{\gamma A}}\,\frac{M_N}{E_N} \\ & \times\left\{\int\left[\frac{Z}{A}\left(\frac{d\sigma^{med}_{\gamma p\to N\pi}}{d\Omega} + \frac{d\sigma^{med}_{\gamma p\to p\eta}}{d\Omega}\right)\right.\right. \\ & \left. + \frac{A-Z}{A}\left(\frac{d\sigma^{med}_{\gamma n\to N\pi}}{d\Omega} + \frac{d\sigma^{med}_{\gamma n\to n\eta}}{d\Omega}\right)\right] d\Omega \\ & \left. + \int\left[\frac{Z}{A}\,\frac{d\sigma^{med}_{\gamma p\to N\pi\pi}}{d\Omega'\,dp'_N} + \frac{A-Z}{A}\,\frac{d\sigma^{med}_{\gamma n\to N\pi\pi}}{d\Omega'\,dp'_N}\right] d\Omega'\,dp'_N\right\} \quad , \end{aligned} \tag{6.1}$$

wobei p_F der lokale - also dichteabhängige - Fermi-Impuls aus Gleichung (2.19) ist. $k_{\gamma N}$ bezeichnet die Gammaenergie im Ruhesystem des Nukleons

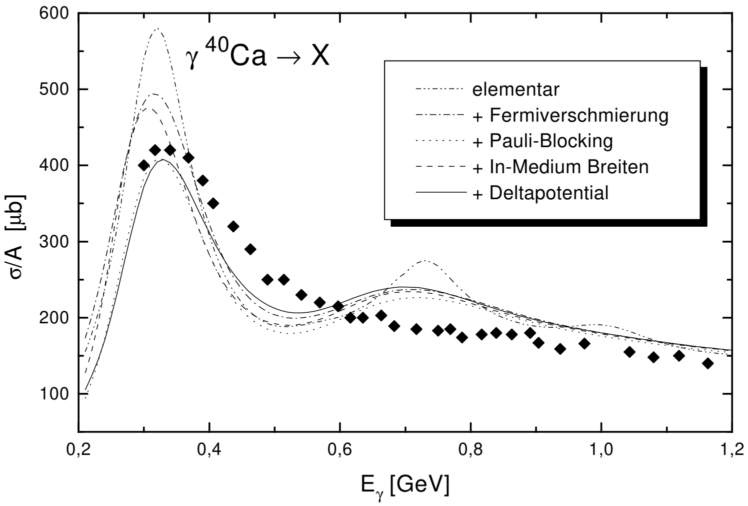


Abbildung 6.1: Mediummodifikationen des elementaren Wirkungsquerschnittes. Die Legende ist so zu verstehen, daß die verschiedenen Effekte sukzessive „eingeschaltet" werden. Die Daten sind aus [7].

mit Impuls $\vec{p}_N$ und $k_{\gamma A}$ die Gammaenergie im Ruhesystem des Kerns. Der Faktor

$$\frac{k_{\gamma N}}{k_{\gamma A}}\frac{M_N}{E_N}$$

stammt dabei aus der Lorentz-Transformation des Wirkungsquerschnittes [54] (siehe Anhang B.3) und ist hier nur der Vollständigkeit halber angegeben. Bei mittlerer Kerndichte liegt dieser Faktor typischerweise zwischen 0.85 und 1.15 und beträgt im Mittel ungefähr 1, so daß sich auch bei Vernachlässigung dieses Faktors die gleichen Ergebnisse ergeben.

In Abbildung 6.1 ist dargestellt, wie die die verschiedenen Mediummodifikationen den Gammaabsorptionsquerschnitt am Kern am Beispiel von ^{40}Ca beeinflußen. Ausgehend vom elementaren Wirkungsquerschnitt sieht man, daß Fermiverschmierung und Pauli-Blocking den Deltapeak jeweils um knapp 100 μb pro Nukleon reduzieren. Im Bereich von Gammaenergien zwischen 400 und 600 MeV wird die durch die Fermiverschmierung bewirkte Erhöhung des Wirkungsquerschnittes pro Nukleon gegenüber dem elementaren Querschnitt durch das Pauli-Blocking kompensiert, so daß der pauli-geblockte Wirkungsquerschnitt unter dem elementaren liegt. Aufgrund der Fermiverschmierung verschwindet die Resonanzstruktur im Bereich des $N(1680)$ vollständig.

Verwendet man nun zusätzlich die In-Medium-Breiten für die Resonanzen, so verschiebt sich der Deltapeak zu kleineren Energien und wird um etwa 70 μb pro Nukleon höher. Dies ist leicht zu verstehen, wenn man den Vergleich der In-Medium-Breite des Deltas mit der Vakuumbreite in Abbildung 4.14 betrachtet. Im Bereich der Resonanzlage entspricht die In-Medium-Breite ungefähr der Vakuumbreite, das heißt, wir erhalten nun durch die In-Medium-Breiten einen zusätzlichen Beitrag der Form aus Gleichung (5.27) zum Wirkungsquerschnitt, während der Einpionenwirkungsquerschnitt in gleichem Maße beiträgt. Für größere Resonanzmassen wächst die In-Medium-Breite des Deltas sehr stark an, wodurch der Resonanzbeitrag kleiner wird.

Für die höheren Resonanzen sind die Effekte der In-Medium-Breiten weitaus geringer, da hier - wie in Kapitel 4.3.2 diskutiert wurde - die Mediummodifikationen der Vakuumbreiten klein sind. Im wesentlichen wird durch die In-Medium-Breiten lediglich der Effekt des Pauli-Blockings kompensiert, da anstelle der pauli-geblockten Pionenzerfallskanäle Zerfälle über Stöße möglich werden.

Schließlich müssen wir noch berücksichtigen, daß sich ein Delta in Kernmaterie nicht im Nukleonenpotential befindet, sondern schwächer gebunden ist. Mit den Nukleonen- und Deltapotentialen aus Kapitel 2.2.3 und

$$U_\Delta(\rho_0) = -30\,\mathrm{MeV}$$

ergibt sich dann die durchgezogene Linie in Abbildung 6.1. Gegenüber der Kurve, die sich ohne Verwendung eines Deltapotentials ergibt, ist der Deltapeak zu höheren Energien verschoben, wobei sein Maximum um etwa 70 μb pro Nukleon verringert ist. Diese Verkleinerung des Maximums hat ihren Ursprung darin, daß die Deltabreite sehr stark mit der Deltaenergie ansteigt und der Resonanzbeitrag auf der Resonanz proportional $\frac{1}{\Gamma}$ ist. Außerdem ist die Position des Deltapeaks dichteabhängig, so daß über die Ortsraumintegration eine weitere Verschmierung auftritt. In Kapitel 3.2.1 wurde gezeigt, daß eine andere Parametrisierung der Deltabreite, zum Beispiel eine, die nicht von der Deltaenergie abhängt, nicht verträglich mit den Daten zur elastischen π-N-Streuung ist. Daraus folgt dann zwangsläufig die Reduktion des Deltapeaks bei Berücksichtigung eines Deltapotentials unter der Annahme, daß Deltas schwächer als Nukleonen gebunden sind.

Es ist offensichtlich, daß die so erhaltene Kurve die experimentellen Daten

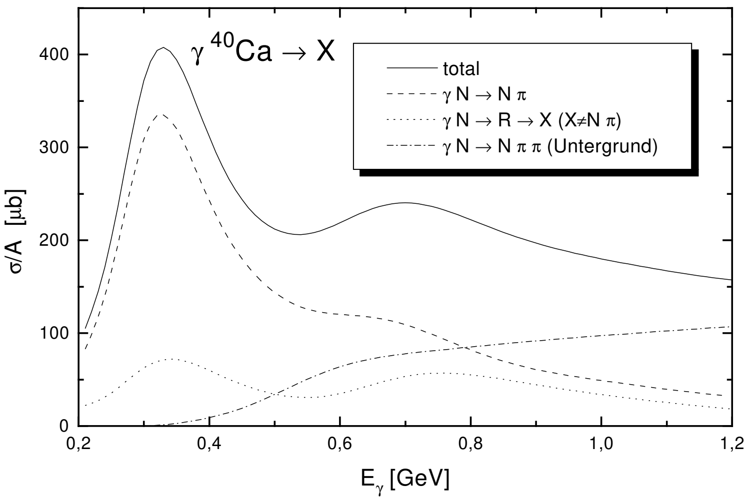


Abbildung 6.2: Beiträge zum totalen Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt am Kern. Die durchgezogene Linie entspricht der durchgezogenen Linie in Abbildung 6.1.

aus [7] nur in unzureichender Weise beschreiben kann. Zum einen ist der Wirkungsquerschnitt bei Energien zwischen 350 und 500 MeV zu niedrig. Zum anderen ist die Struktur des Wirkungsquerschnittes im Bereich der $N(1520)$-Resonanz zu stark ausgeprägt.
In Abbildung 6.2 sind die Beiträge dargestellt, aus denen sich der totale Wirkungsquerschnitt zusammensetzt. Der Anstieg des Wirkungsquerschnittes im Bereich der $N(1520)$-Resonanz wird nicht nur durch die entsprechenden Resonanzbeiträge verursacht wird, sondern stammt zum großen Teil aus dem Untergrund der Zweipionenproduktion. Der Beitrag des Einpionenquerschnittes zeigt in diesem Bereich nahezu keine resonante Struktur.

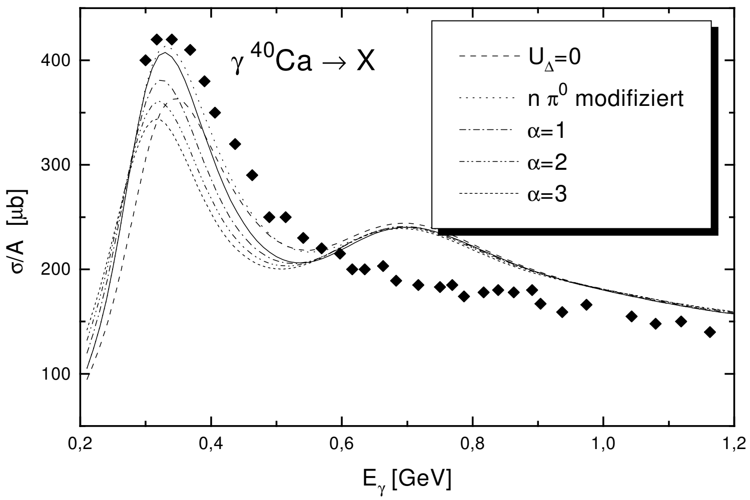


Abbildung 6.3: Einfluß von Modellparametern auf den Absorptionsquerschnitt am Kern . Die durchgezogene Linie entspricht der durchgezogenen Linie in Abbildung 6.1.

6.1.1 Einfluß der Modellparameter

Bisher haben wir noch nicht die in unserem Modell enthaltenen Freiheitsgrade berücksichtigt. Zunächst bietet sich an, das Deltapotential zu veränderen und anzunehmen, daß das Delta im Kern ungebunden ist:

$$U_\Delta = 0$$

Dies sollte den Peak weiter zu höheren Energien verschieben. In Abbildung 6.3 ist die sich so ergebende Kurve im Vergleich mit der bisherigen Kurve und den experimentellen Daten dargestellt. Aufgrund des oben beschriebenen Effekts des Deltapotentials führt dies zu einer weiteren Reduktion des Deltapeaks um 50 μb. Somit ergibt sich keine bessere Beschreibung der Daten. Möglicherweise ist die Berücksichtigung eines impulsabhängigen Deltapotentials notwendig. Ein Potential, das mit zunehmendem Impuls weniger attrak-

tiv wird, führt dazu, daß der Deltapeak im elementaren Wirkungsquerschnitt mit größerem Deltaimpuls zu höheren Energien verschoben wird. Gleichzeitig tritt jedoch über die Impulsraumintegration eine starke Verschmierung des Deltapeaks ein, da zu gegebener Gammaenergie die Deltaimpulse um ± 250 MeV variieren.
Ein impulsabhängiges Pionenpotential, das bei ρ_0 etwa 20-30 MeV attraktiv ist, wurde zu Testzwecken verwendet. Einerseits erhält man eine Vergrößerung der Deltabreite und damit eine Reduktion des Deltapeaks. Andererseits ergibt sich aufgrund der q-Abhängigkeit des Phasenraumfaktors eine Erhöhung des Untergrundes. Beide Effekte heben sich nahezu auf, so daß der Einfluß des Pionenpotentials auf den totalen Absorptionswirkungsquerschnitt am Kern klein ist.
In Kapitel 5.1.2 wurde auf die Unsicherheiten bezüglich des elementaren π^0-Wirkungsquerschnittes am Neutron eingegangen. Verwenden wir den π^0-Wirkungsquerschnitt, der sich mit dem in Abbildung 5.5 als Deuteronmodell 2 bezeichneten Modell ergibt, so erhalten wir die in Abbildung 6.3 mit „n π^0 modifiziert" bezeichnete Kurve. Diese Kurve liegt zwar näher an den experimentellen Daten, kann diese jedoch ebenfalls nicht zufriedenstellend beschreiben.
Bei der Berechnung der In-Medium-Breiten der Resonanzen haben wir nur Resonanz-Nukleon-Stöße berücksichtigt und Terme von höherer Ordnung in der Baryonendichte vernachlässigt. Um Dreiteilcheneffekten Rechnung zu tragen, machen wir den Ansatz:

$$\Gamma^*_{coll} = \Gamma_{coll}\left(1 + \alpha\,\frac{\rho}{\rho_0}\right) \tag{6.2}$$

Die sich so ergebenden Absorptionswirkungsquerschnitte sind für $\alpha = 1, 2, 3$ in Abbildung 6.3 dargestellt. Aufgrund der zunehmenden Vergrößerung der Breite wird der Deltapeak für zunehmende α-Werte reduziert. Außerdem verschiebt sich der Deltapeak zu kleineren Energien, da die $\Delta N \to NN$-Stoßbreite im Gegensatz zur Einpionenzerfallsbreite für kleine Deltamassen nicht gegen Null geht. Im Bereich der höheren Resonanzen sind diese Breitenmodifikationen nicht zu sehen, da hier die Stoßbreiten zu unbedeutend sind. Die Struktur des experimentellen Wirkungsquerschnittes im Bereich der Deltaresonanz kann also nicht durch eine weitergehende Verbreiterung erklärt werden, falls die $\gamma N \Delta$-Kopplung im Medium unverändert bleibt und die Deltamassenabhängigkeit der in der vorliegenden Arbeit berechneten Stoßbreiten richtig ist.
In Abbildung 6.4 sind Modifikationen des Modells dargestellt, die den Gammaabsorptionsquerschnitt am Kern nur unwesentlich beeinflußen. In einer Rechnung wurden in den Resonanzbeiträgen zum Einpionenquerschnitt die

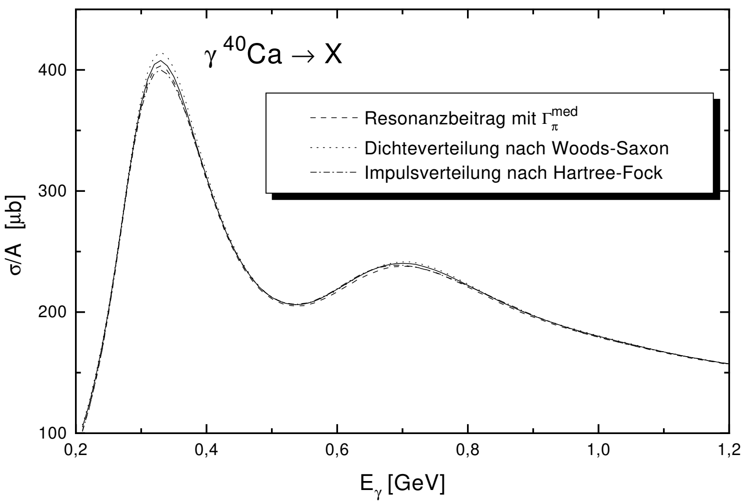


Abbildung 6.4: Einfluß von Modellparametern auf den Absorptionsquerschnitt am Kern. Die durchgezogene Linie entspricht der durchgezogenen Linie in Abbildung 6.1.

mediummodifizierten Einpionenbreiten verwendet und dafür das Pauli-Blokking nur auf den Einpionenuntergrund angewandt (siehe Kapitel 5.5.1). Außerdem wurden in weiteren Rechnungen die Orts- und Impulsraumkonfigurationen des Kerns im Anfangszustand verändert. Anstelle der Dichteverteilung aus einer Hartree-Fock-Rechnung wurde die Dichteverteilung des Kerns gemäß der Woods-Saxon-Formel aus Gleichung (2.18) bestimmt. Dies liefert erwartungsgemäß eine nur sehr geringfügige Modifikation des Absorptionswirkungsquerschnittes. Weiterhin wurde für die Impulsverteilung der Nukleonen der Fermi-Impuls aus der Hartree-Fock-Rechnung gemäß Gleichung (2.22) verwendet. Obwohl dieser Fermi-Impuls an der Oberfläche wesentlich größer als der aus der lokalen Thomas-Fermi-Näherung (2.19) erhaltene ist, ergibt sich eine nur sehr kleine Änderung des Wirkungsquerschnittes.

6.1.2 Der Zweipionenuntergrund

Abgesehen vom Pauli-Blocking haben wir für den Untergrund der Zweipionenproduktion keine Mediummodifikation angenommen. Dies ist natürlich nicht realistisch. Da jedoch der elementare Zweipionenwirkungsquerschnitt wie in Kapitel 5.3 ausgeführt wurde, noch ziemlich unverstanden ist, gibt es zumindest keine naheliegenden Mediummodifikationen.
In [50] wird die Zweipionenphotoproduktion am Kern im Rahmen einer phänomenologischen Pion-Nukleon-Feldtheorie berechnet. Hierzu werden in den Feynman-Diagrammen, die den elementaren Prozeß beschreiben, die auftretenden Delta- und Pionenpropagatoren durch In-Medium Propagatoren ersetzt. Vertexkorekturen und Prozesse mit mehr als einem Nukleon im Eingangskanal werden vernachlässigt. In der Phasenraumintegration werden die Potentiale der Pionen und Nukleonen berücksichtigt. Der totale Wirkungsquerschnitt ergibt sich dann im Rahmen einer lokalen Thomas-Fermi-Näherung als Integration über das Kernvolumen, wobei Nukleonen im Ausgangskanal pauli-geblockt sein können. Einer Absorption der auslaufenden Pionen wird ebenfalls Rechnung getragen.
Damit ergibt sich dann ein Wirkungsquerschnitt, der trotz der möglichen Absorption der auslaufenden Pionen deutlich über dem elementaren Wirkungsquerschnitt liegt. Als Gründe hierfür werden das attraktive Pionenpotential, durch welches der Pionenphasenraum vergrößert wird, und das modifizierte Matrixelement genannt. Allerdings wird in [50] nur bis zu Gammaenergien von 600 MeV gerechnet. Es ist also unklar, wie dieser Wirkungsquerschnitt im Bereich der $N(1520)$ Resonanz modifiziert wird.
Für Energien im Bereich von 500 MeV kommt eine Erhöhung des Zweipionenuntergrundes unseren Rechnungen entgegen, da wir hier den Absorptionswirkungsquerschnitt um nahezu $50\,\mu$b unterschätzen. Da jedoch die Rechnungen in [50] mit nicht unerheblichen Unsicherheiten behaftet sind, wird auf eine quantitative Betrachtung verzichtet.

6.1.3 Abhängigkeit von der Massenzahl

Bisher hat die Diskussion ausschließlich auf der Basis von Rechnungen an ^{40}Ca stattgefunden. In Experimenten zur Gammaabsorption an Kernen [7, 8] hat sich gezeigt, daß der totale Wirkungsquerschnitt pro Nukleon ab einer Massenzahl von etwa 12 für alle Kerne im Rahmen der Meßgenauigkeit gleich groß ist. In [49] wird für den von einer Gammaenergie von 320 bis 440 MeV integrierten Wirkungsquerschnitt eine Abhängigkeit von der Massenzahl A der Form:

$$\int \frac{\sigma_A(E_\gamma)}{A} dE_\gamma = a\, A^{\alpha-1} \tag{6.3}$$

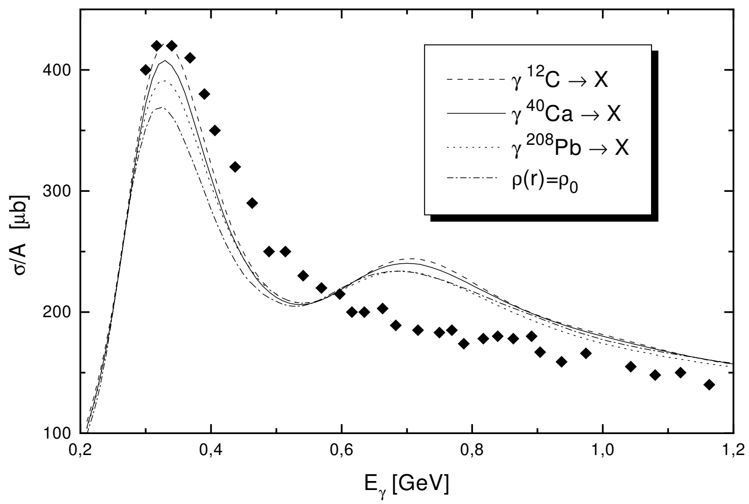


Abbildung 6.5: Einfluß der Kernmasse auf den Absorptionsquerschnitt am Kern

angegeben, wobei

$$(\alpha - 1) = 0.002 \pm 0.009(stat.) \pm 0.007(syst.)$$

In diesem Zusammenhang wird häufig von der „universal curve“ gesprochen. In Abbildung 6.5 ist der mit unserem Modell erhaltene Absorptionsquerschnitt pro Nukleon für verschiedene Kerne dargestellt.
Im Rahmen unseres Modells nimmt der Deltapeak mit größer werdender Kernmasse ab. Hierfür gibt es mehrere Gründe. Zum einen wird die Fermiverschmierung effektiver, da sich weniger Nukleonen am Rand, also bei kleineren Dichten befinden. Zum anderen sind die Effekte der In-Medium-Breiten und des Deltapotentials stärker ausgeprägt. Zum Vergleich ist außerdem die Kurve gezeigt, die sich ergibt, wenn man annimmt, daß die Dichteverteilung $\rho(r)$ im Kern durch

$$\rho(r) = \rho_0\, \Theta(r_{max} - r)$$

gegeben ist.
Bestimmt man aus den für die drei Kerne gezeigten Kurven einen integrierten Wirkungsquerschnitt gemäß Gleichung (6.3), erhält man eine A-Abhängigkeit

$$(\alpha - 1) \approx -0.02 \quad ,$$

die außerhalb der experimentellen Fehlergrenzen liegt.
Die Massenabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes im Bereich der Deltaresonanz wird also in unserem Modell nur unzureichend wiedergegeben. Dies ist möglicherweise ein Hinweis darauf, daß Mehrteilcheneffekte in der Gammaabsorption eine größere Rolle spielen.
Im Bereich der höheren Resonanzen ist der Absorptionsquerschnitt pro Nukleon nahezu unabhängig von der Massenzahl.

6.1.4 Andere Modelle

Im Rahmen des Delta-Hole-Modells wurde die Gammaabsorption an Kernen in [51] bis zu Gammaenergien von 500 MeV und in [21] bis 400 MeV berechnet. Beide Rechnungen weichen im 10%-Bereich voneinander ab. Die Rechnungen in [51] stimmen sehr gut mit den experimentellen Daten überein. In dieser Rechnung sind die Berücksichtigung von Zwei- und Dreikörperabsorptionsprozessen und eines Pionenpotential sowie die Modifikation der im Vakuum zum Einpionenwirkungsquerschnitt beitragenden Born-Terme von großer Bedeutung.
Außerdem gibt es mehrere Arbeiten [52, 33, 53], die sich über verschiedene Zugänge mit dem Gammaabsorptionsquerschnitt am Kern befassen. In [52] wird behauptet, daß sich der Absorptionswirkungsquerschnitt an Kohlenstoff im Bereich bis 500 MeV durch die Fermibewegung der Nukleonen unter Verwendung realistischer Impulsverteilungen erklären ließe. Für den elementaren Wirkungsquerschnitt werden allerdings die Neutronendaten von Armstrong et al. verwendet. Berücksichtigt man die sich daraus ergebende Reduktion des Deltapeaks um etwa 75 μb pro Nukleon, entspricht die in [52] gezeigte Kurve der Kurve, die wir erhalten, wenn wir nur Fermiverschmierung berücksichtigen (Abbildung 6.1).
In [33, 53] wird versucht, durch Fits an den Gammaabsorptionswirkungsquerschnitt am Kern Informationen über die Verbreiterung und Massenverschiebung von Resonanzen im Medium zu erlangen. In beiden Veröffentlichungen werden die Resonanzbreiten als unabhängig von der Masse angenommen und die elementaren Daten von Armstrong et al. verwendet. In [53] wird zudem für Protonen und Neutronen der gleiche Wirkungsquerschnitt verwendet, der an die experimentellen Daten zur Gammaabsorption am Proton angepaßt wird.

Diese Anpaßung geschieht unter Vernachlässigung jeglicher Untergrundterme über einen Resonanzfit. Für den Absorptionswirkungsquerschnitt am Kern wird dann über die Impulsverteilung der Nukleonen unter Annahme einer lokalen Thomas-Fermi-Näherung integriert. Die Dichteverteilung wird als kastenförmig angenommen. Dies liefert dann eine Verbreiterung des Deltas im Medium von 112 auf 142 MeV bei einer Verschiebung der Masse um 30 MeV. Die höheren Resonanzen erfahren weitaus drastischere Verbreiterungen um 100 bis 300 MeV und Massenverschiebungen von 20 bis 60 MeV.
In [33] wird für das Neutron der von Armstrong et al. ermittelte Wirkungsquerschnitt verwendet. Für Proton und Neutron werden die totalen Absorptionswirkungsquerschnitte angefittet. Als Untergrund wird eine Funktion angenommen, die im betrachteten Energiebereich nahezu konstant ist. Während der Deltabeitrag zu den elementaren Wirkungsquerschnitten mit den Helizitätsamplituden in [18] übereinstimmt, wird für das $N(1520)$ ein etwas größerer Wirkungsquerschnitt verwendet. Als Ergebnis erhalten die Autoren dann eine Stoßverbreiterung des Deltas von 75 MeV, wobei die freie Breite um einen Pauli-Faktor von 0.68 reduziert wurde. Dies entspricht einer totalen In-Medium-Breite von 155 MeV. Die Massenverschiebung des Deltas wird mit 15 MeV angegeben. Dem $N(1520)$ wird eine Stoßbreite von 315 MeV zugeschrieben. Eine solche Stoßbreite führt auch in unserem Modell zu einem Verschwinden des $N(1520)$.

6.2 Pionenproduktion

Für die Berechnung der Pionenphotoproduktion ist nicht nur der Absorptionsprozeß sondern überdies die Wechselwirkung von Pionen mit Kernmaterie von entscheidender Bedeutung. Der Wirkungsquerschnitt ergibt sich analog zu Gleichung 6.1 zu:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\gamma A \to \pi X} = & \int \rho(r)\, d^3r \int^{p_F} \frac{d^3p_N}{\frac{4}{3}\pi\, p_F^3} \frac{k_{\gamma N}}{k_{\gamma A}} \frac{M_N}{E_N} \\
& \times \Bigg[\int \left(\frac{Z}{A} \frac{d\sigma^{med,bg}_{\gamma p \to N\pi}}{d\Omega} + \frac{A-Z}{A} \frac{d\sigma^{med,bg}_{\gamma n \to N\pi}}{d\Omega} \right) M_{N\pi}(\vec{r}, \vec{p_N}', \vec{p_\pi})\, d\Omega \\
& + \int \left(\frac{Z}{A} \frac{d\sigma^{med,bg}_{\gamma p \to N\pi\pi}}{d\Omega'\, dp'_N\, dp_{\pi,1}\, dp_{\pi,2}} + \frac{A-Z}{A} \frac{d\sigma^{med,bg}_{\gamma n \to N\pi\pi}}{d\Omega'\, dp'_N\, dp_{\pi,1}\, dp_{\pi,2}} \right) \\
& \times M_{N\pi\pi}(\vec{r}, \vec{p_N}', \vec{p}_{\pi,1}, \vec{p}_{\pi,2})\, d\Omega'\, dp'_N\, dp_{\pi,1}\, dp_{\pi,2} \\
& + \sum_R \left(\frac{Z}{A} \sigma^{med}_{\gamma p \to R} + \frac{A-Z}{A} \sigma^{med}_{\gamma n \to R} \right) M_R(\vec{r}, \vec{p_R}) \Bigg] \quad , \qquad (6.4)
\end{aligned}$$

wobei mit M_i die Pionenmultiplizitäten, die sich bei Initialisierung eines Nπ Paares, eines N$\pi\pi$ Zustandes oder einer Resonanz R am Ort $\vec{r}$ mit den entsprechenden Impulsen ergeben, bezeichnet sind. Diese Multiplizitäten werden numerisch mit Hilfe des BUU-Programms bestimmt.
Für die numerische Realisation im Rahmen des BUU-Programms wird aus jedem Ensemble ein Nukleon zufällig herausgegriffen. Mit der kinematischen Situation, die sich mit diesem Nukleon ergibt, werden die Wirkungsquerschnitte für alle Ausgangskanäle berechnet. Die Entscheidung für einen bestimmten Ausgangskanal wird dann gewichtet mit der Größe des entsprechenden Wirkungsquerschnittes zufällig getroffen. Am Ende werden die Pionenmultiplizitäten jedes Ensembles mit dem anfangs berechneten totalen Wirkungsquerschnitt für das jeweilige Ensemble gefaltet.
In Abbildung 6.6 ist dargestellt wie die zeitliche Entwicklung der Gamma-Kern Reaktion im BUU-Program für verschiedene Kerne bei Gammaenergien von 300 und 750 MeV aussieht. Man sieht, daß die Dauer der Reaktion unabhängig von der Gammaenergie etwa 20 fm/c beträgt. Die Dynamik der Reaktion wird für beide Gammaenergien durch die $\Delta(1232)$-Resonanz dominiert. Im Fall der Gammaenergie von 750 MeV werden durch das Photon nur sehr wenige Deltas unmittelbar angeregt. Die Deltas stammen hier in erster Linie aus Kollisonen von Pionen aus der Zweipionenproduktion, die einen großen Teil der initialisierten Pionen ausmachen, mit Nukleonen des Kerns.

Aufgrund des in Kapitel 3 beschriebenen Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnittes unterliegen die Pionen einer starken Absorption. Da die Stoßbreiten der durch Pionen erzeugten Resonanzen wesentlich kleiner als die Zerfallsbreiten sind, bilden sich somit Pion-Resonanz-Ketten aus, das heißt, die Anregung propagiert abwechselnd als Pion oder Resonanz durch den Kern. In Abbildung 6.7 ist für eine Gammaenergie von 400 MeV dargestellt, wie oft die den Kern verlassenden Pionen in dem beschriebenen Sinne emittiert wurden, wobei die Erzeugung eines Nukleon-Pion-Paares an einem Nukleon durch das Photon als erste Emission aufgefaßt wurde. Man sieht, daß der Anteil der ohne Wechselwirkung den Kern verlassenden Pionen mit zunehmender Kernmasse abnimmt. Die gezeigte Statistik sieht für alle betrachteten Gammaenergien (300 bis 800 MeV) etwa gleich aus.

6.2.1 Totale Wirkungsquerschnitte

In Abbildung 6.8 ist der totale π^0-Wirkungsquerschnitt an ^{40}Ca dargestellt. Für die Kurve, die mit „ohne Mediummodifikationen" bezeichnet ist, wurde der elementare Gamma-Nukleon-Wirkungsquerschnitt nur insofern mediummodifiziert, als Nukleonendzustände pauli-geblockt sein konnten und die

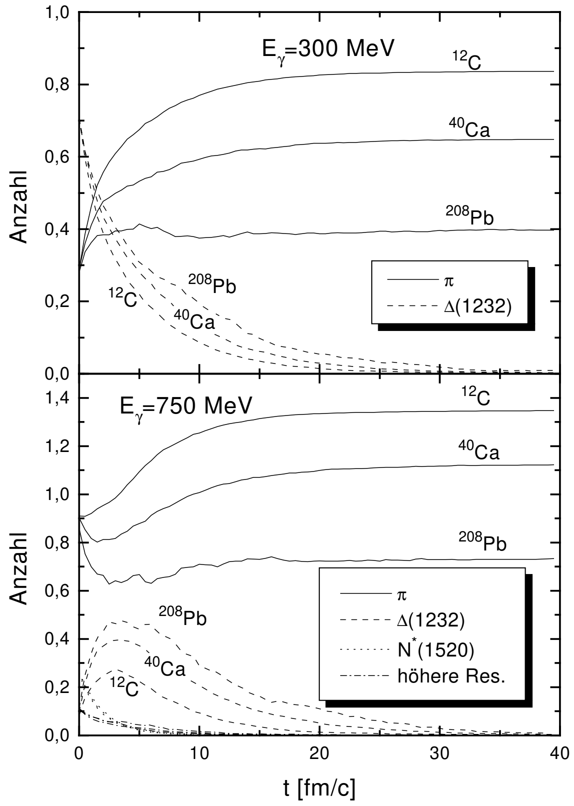


Abbildung 6.6: Zeitliche Entwicklung der Gamma-Kern Reaktion

Impulse der Nukleonenanfangszustände im Rahmen einer lokalen Thomas-Fermi-Näherung verteilt wurden. Die Resonanzbeiträge entsprechen hier denen im Vakuum. Für die weiteren Kollisionen der Pionen mit Nukleonen des Kerns wurden ebenfalls die Vakuumwirkungsquerschnitte verwendet. Diese

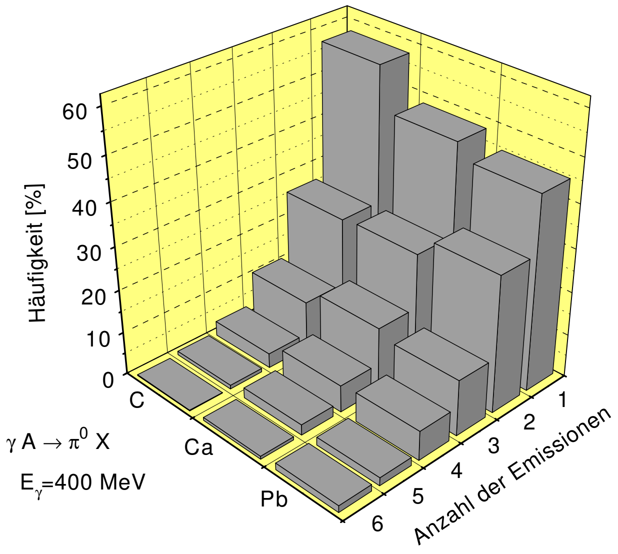


Abbildung 6.7: Anzahl der Emissionen für die den Kern verlassenden π^0-Mesonen

Kurve weicht von der vollen Rechnung in erheblichem Maße ab. Der Grund hierfür liegt in erster Linie an den in Kapitel 6.1 diskutierten Mediumeffekten auf den elementaren Gamma-Nukleon-Wirkungsquerschnitt.

In einer weiteren Rechnung wurde der Einfluß der In-Medium-Breiten auf die nachfolgende Pionenabsorption untersucht. Der elementare Gamma-Nukleon-Wirkungsquerschnitt wurde mit allen Mediummodifikatonen berechnet, aber für die Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitte wurde keine Mediummodifikation durchgeführt. Die sich so ergebende Kurve weicht nur unwesentlich von der vollen Rechnung ab. Dies ist unmittelbar verständlich, da für die Pionenabsorption der über die Pionenenergie integrierte Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitt entscheidend ist. Effekte der In-Medium-Breiten in den Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnitten werden also verschmiert und mitteln sich heraus.

Eine weitere Kurve zeigt den Effekt des Deltapotentials. Die ohne Deltapo-

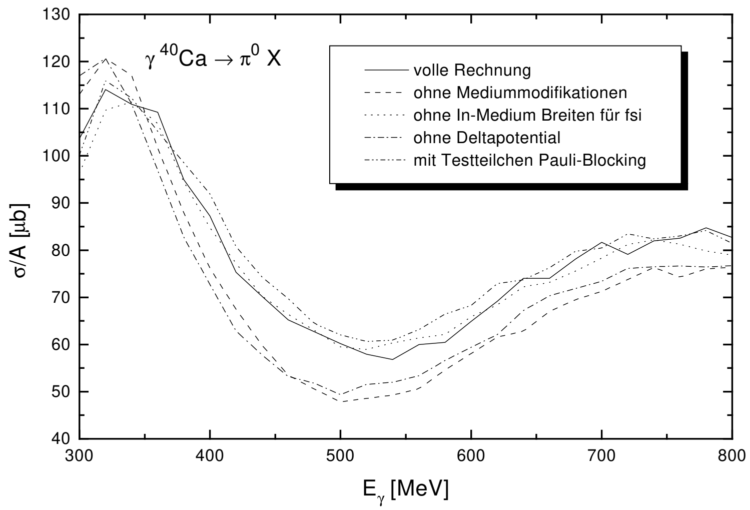


Abbildung 6.8: Der totale π^0-Wirkungsquerschnitt an ^{40}Ca

tential durchgeführte Rechnung ist der ohne Mediummodifikationen durchgeführten Rechnung ähnlich, was vor allem auf den Effekt des Deltapotentials auf den elementaren Gamma-Nukleon-Wirkungsquerschnitt zurückgeführt werden kann.

Desweiteren wurde untersucht, welchen Effekt die Vorgehensweise beim Pauli-Blocking hat. Für die bisherigen Rechnungen wurde die analytische Form der Form aus Gleichung (2.33) verwendet. Eine Berechnung des Pauli-Blokkings durch Abzählen der Testteilchen gemäß Gleichung (2.30) führt, wie aus Abbildung 6.8 ersichtlich ist, auf das gleiche Ergebnis.

Der totale π^0-Wirkungsquerschnitt an ^{12}C ist in Abbildung 6.9 im Vergleich mit den experimentellen Daten aus [55] dargestellt. Man sieht, daß unsere Rechnungen im Bereich der Deltaresonanz um etwa 30% über den experimentellen Daten liegen. In Abbildung 6.10 werden unsere Rechnungen für die π^0-Produktion an ^{12}C mit den experimentellen Daten aus [39] verglichen. Bei diesem Experiment wurden nur Pionen detektiert, deren „missing ener-

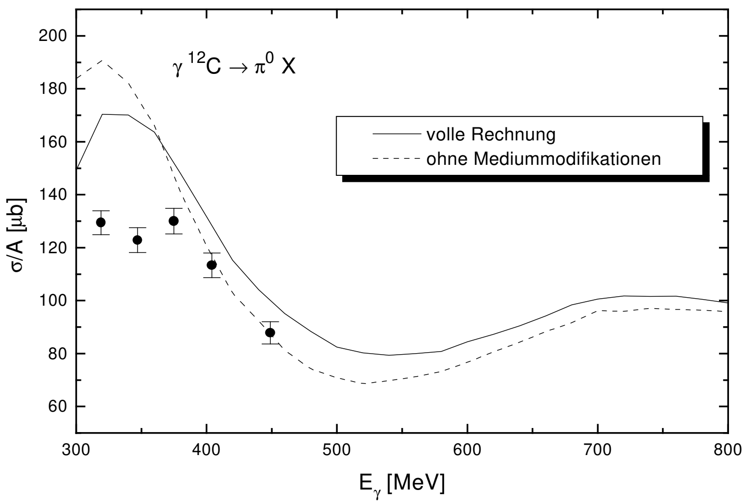


Abbildung 6.9: Der totale π^0-Wirkungsquerschnitt an ^{12}C. Die Daten sind aus [55].

gy" E_{mis} kleiner als 50 MeV war. Dabei ist E_{mis} die fehlende Energie des Pions im Gamma-Nukleon-Schwerpunktsystem unter der Annahme, daß das Pion an einem ruhenden Nukleon erzeugt wurde.
Auch hier liegen unsere Rechnungen im Bereich der Deltaresonanz um etwa 30% über den experimentellen Daten. Für Gammaenergien zwischen 400 und 600 MeV ist dagegen der errechnete Wirkungsquerschnitt etwas kleiner als der experimentell bestimmte. Eine mögliche Erklärung für diese Diskrepanz liegt darin, daß wir für die Berechnung der Deltabreite kein Pionenpotential angenommen haben. Ein attraktives Pionenpotential führt zu einer weiteren Verbreiterung - und damit Reduktion - des Deltapeaks. Außerdem ist es eventuell notwendig, Dreikörperabsorptionsprozesse für das Pion, die über die bereits im BUU enthaltenen Mehrstufenprozesse hinausgehen, zu berücksichtigen.
Experimentelle Daten zur Produktion von π^+-Mesonen gibt es lediglich bis

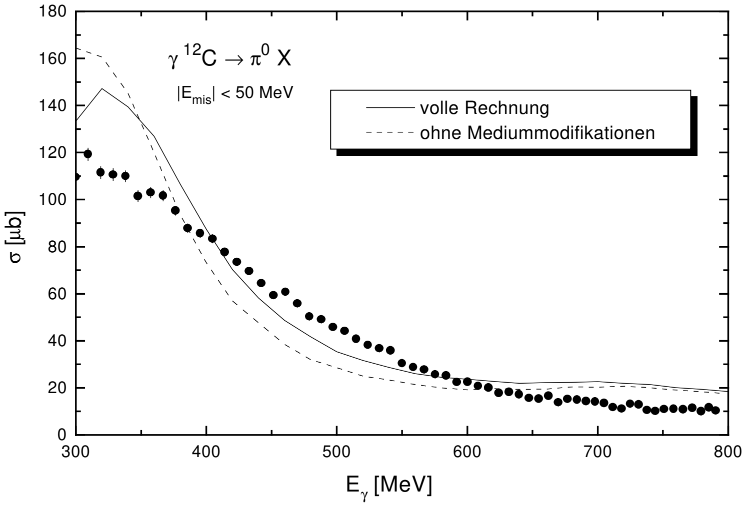


Abbildung 6.10: Der totale π^0-Wirkungsquerschnitt an ^{12}C für Pionen innerhalb eines „missing energy"-Fensters. Die Daten sind aus [39].

zu einer Gammaenergie von 400 MeV [56]. Ähnlich wie in der π^0-Produktion wird auch dieser Wirkungsquerschnitt von unseren Rechnungen um etwa 25% überschätzt.
In [10] wurde die Pionenproduktion am Kern im Rahmen des BUU-Modells unter Verwendung der Vakuum-Einpionenwirkungsquerschnitte bis zu einer Gammaenergie von 450 MeV berechnet. Diese Rechnungen entsprechen also den Kurven, die in den Abbildungen 6.8 und 6.9 mit „ohne Mediummodifikationen" bezeichnet sind. Die Rechnungen in [10] liegen für ^{12}C auf Höhe des Deltapeaks um etwa 20% unter den hier gezeigten Kurven. Bei 450 MeV beträgt die Diskrepanz ungefähr 40%. Der Hauptgrund für diese Differenz liegt in dem verwendeten Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $N\Delta \rightarrow NN$. Der in [10] verwendete Wirkungsquerschnitt [3] liegt - abhängig von $\sqrt{s}$ und der Masse des Deltas - um 10-20% über dem in Kapitel 3.3.3 dargestellten Wirkungsquerschnitt. Dies führt in [10] zu einer verstärkten Deltaabsorption

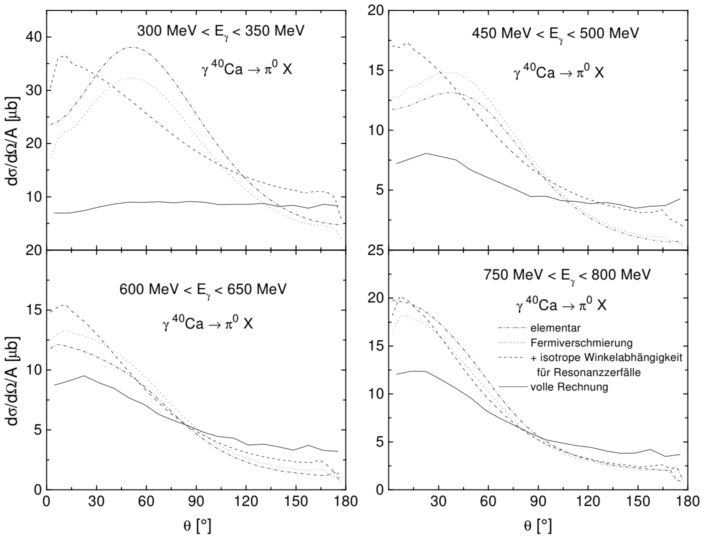


Abbildung 6.11: Der winkeldifferentielle π^0-Wirkungsquerschnitt an ^{40}Ca

und damit zu einem kleineren Pionenwirkungsquerschnitt.
Bei größeren Energien wird die Differenz zwischen den Rechnungen größer, weil in [10] der Zweipionenkanal nicht berücksichtigt wurde, der bei einer Einschußenergie von 450 MeV aufgrund der Fermi-Bewegung der Nukleonen bereits eine Rolle spielt.

6.2.2 Differentielle Wirkungsquerschnitte

Es hat sich gezeigt, daß die Struktur der differentiellen Wirkungsquerschnitte unabhängig von der Massenzahl des betrachteten Kerns ist. Deshalb beschränke ich mich im folgenden auf die Diskussion der Ergebnisse an ^{40}Ca. In Abbildung 6.11 ist der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für verschiedene Gammaenergien dargestellt.
Zunächst sieht man, daß für Gammaenergien unter 500 MeV die Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes aufgrund der in unserem Modell ver-

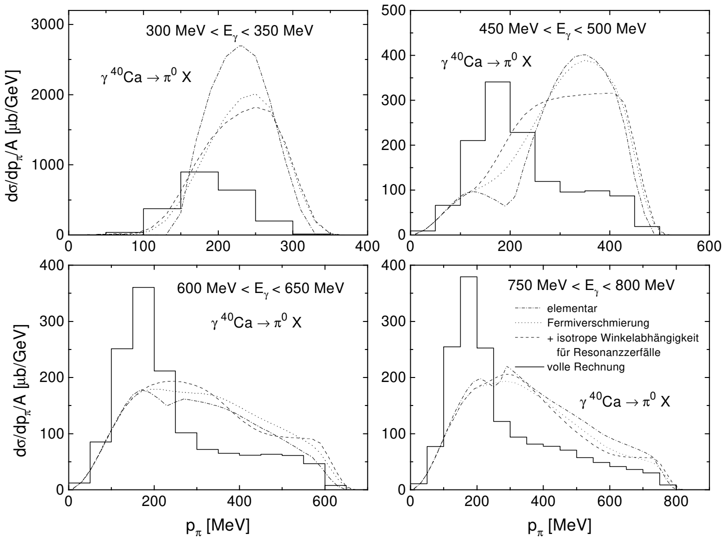


Abbildung 6.12: Der impulsdifferentielle π^0-Wirkungsquerschnitt an ^{40}Ca

wendeten isotropen Resonanzzerfälle deutlich modifiziert wird. Dies spielt für größere Gammaenergien keine Rolle mehr, da hier der Zweipionenkanal dominiert.
Durch die Wechselwirkung der primär produzierten Pionen mit den Nukleonen des Kerns erhöht sich die Isotropie des Wirkungsquerschnittes. Bei kleinen Gammaenergien erkennt man überdies eine deutliche Reduktion des Wirkungsquerschnittes unter Vorwärtswinkeln. Dies ist darauf zurückzuführen, daß einem Pion, das im Gamma-Nukleon-Schwerpunktsystem unter Vorwärtswinkel emittiert wird, ein Nukleon entspricht, das rückwärts gestreut wird. Im Ruhesystem des Kerns besitzt dieses Nukleon nur einen kleinen Impuls und ist daher mit hoher Wahrscheinlichkeit pauli-geblockt. Mit größer werdender Gammaenergie wird dieser Effekt immer unwichtiger und der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt verschiebt sich aus kinematischen Gründen zu immer kleineren Winkeln.
In Abbildung 6.12 sind die impulsdifferentiellen Wirkungsquerschnitte dar-

gestellt. Der aus dem isotropen Resonanzzerfall resultierende Effekt ist hier nicht so stark wie beim winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitt ausgeprägt. Die bei Gammaenergien zwischen 450 und 650 MeV im elementaren Wirkungsquerschnitt aufgrund der Überlagerung von Ein- und Zweipionenkanal auftretende deutliche Struktur wird bereits durch die Fermibewegung ausgeschmiert.
Unabhängig von der Gammaenergie ergibt die Rechnung am Kern eine deutliche Erhöhung bei Pionenimpulsen von etwa 200 MeV und eine starke Reduktion bei Impulsen von 400 MeV. Der Grund hierfür liegt darin, daß die Pionen wie oben diskutiert einer starken Absorption unterliegen. Für kleine Pionenimpulse ist diese Absorption jedoch wesentlich schwächer, und diese Pionen haben eine größere Wahrscheinlichkeit, den Kern zu verlassen. Bei der Kollision eines Pions mit einem Impuls von 200 MeV mit einem ruhenden Nukleon beträgt die Schwerpunktsenergie lediglich 1.16 GeV, so daß der Wirkungsquerschnitt in die $\Delta(1232)$-Resonanz noch recht klein ist.
In den Abbildungen 6.11 und 6.12 fällt auf, daß der π^0-Wirkungsquerschnitt am Kern pro Nukleon für Gammaenergien im Bereich der Deltaresonanz gegenüber dem elementaren Wirkungsquerschnitt deutlich reduziert ist, während für größere Energien diese Reduktion weitaus kleiner ist. Der Grund hierfür ist, daß der Anteil der π^0-Produktion verglichen mit den geladenen Pionen im elementaren Wirkungsquerschnitt mit größer werdender Gammaenergie abnimmt (siehe Kapitel 5). Aufgrund von Ladungsaustausch-Reaktionen stammen die am Kern erzeugten π^0-Mesonen bei größeren Energien zum großen Teil aus primär erzeugten geladenen Pionen.

6.3 Etaproduktion

In Kapitel 5.2 wurde der elementare Etaproduktionsprozeß unter der Annahme parametrisiert, daß der Etaproduktion stets die Anregung einer $N(1535)$-Resonanz vorausgeht. Für die Etaproduktion am Kern müssen wir außerdem berücksichtigen, daß Etas auch durch die Wechselwirkung von primär gebildeten Pionen oder anderen Resonanzen mit den Nukleonen des Kerns entstehen können. Die Berechnung des Wirkungsquerschnittes erfolgt dann analog zu Gleichung (6.4).
Zunächst ist in Abbildung 6.13 dargestellt, wie oft die den Kern verlassenden Etas von einem $N(1535)$ emittiert wurden. Im Gegensatz zu den Pionen verlassen fast nur Etas den Kern, die aus dem unmittelbaren Gammaabsorptionsprozeß ohne weitere Wechselwirkung mit den Nukleonen stammen. Der Grund hierfür ist einfach: Wenn ein Eta einmal von einem Nukleon absorbiert wird und eine $N(1535)$-Resonanz anregt, beträgt die Wahrscheinlichkeit für

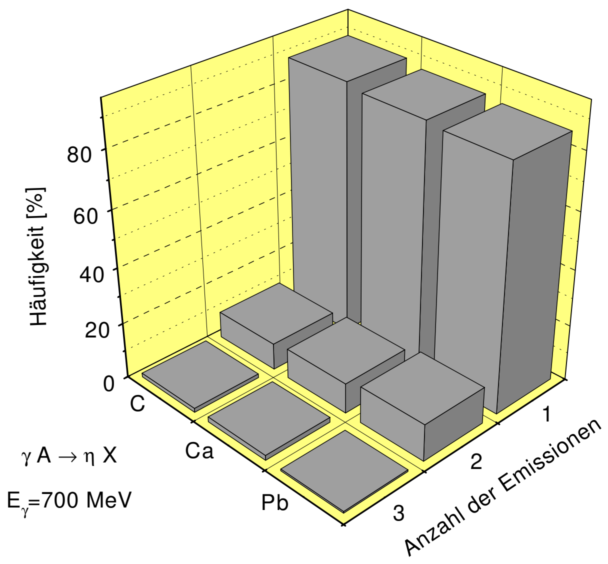


Abbildung 6.13: Anzahl der Emissionen der den Kern verlassenden Etas

die Emission eines folgenden Etas nur noch weniger als 1/2.

6.3.1 Totale Wirkungsquerschnitte

In Abbildung 6.14 wird der von uns berechnete totale Etaproduktionswirkungsquerschnitt an ^{12}C mit den experimentellen Daten aus [9] verglichen. Man sieht, daß der Anteil der Etas, die nicht aus einem primär gebildeten $N(1535)$ stammen, sehr klein ist. Die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten ist nur bei kleinen Energien zufriedenstellend. Bei Gammaenergien um 750 MeV liegt die theoretische Kurve um etwa 10% über den experimentellen Daten. Der Einfluß der Modellparameter auf dieses Resultat ist ebenfalls dargestellt. Man sieht, daß die In-Medium-Breiten das Ergebnis kaum beeinflußen. Der Grund hierfür ist, daß sich die In-Medium-Breite des $N(1535)$ - wie in Kapitel 4 diskutiert - kaum von der Vakuumbreite unterscheidet. Wie in der Pionenproduktion ist das Ergebnis stabil gegenüber der

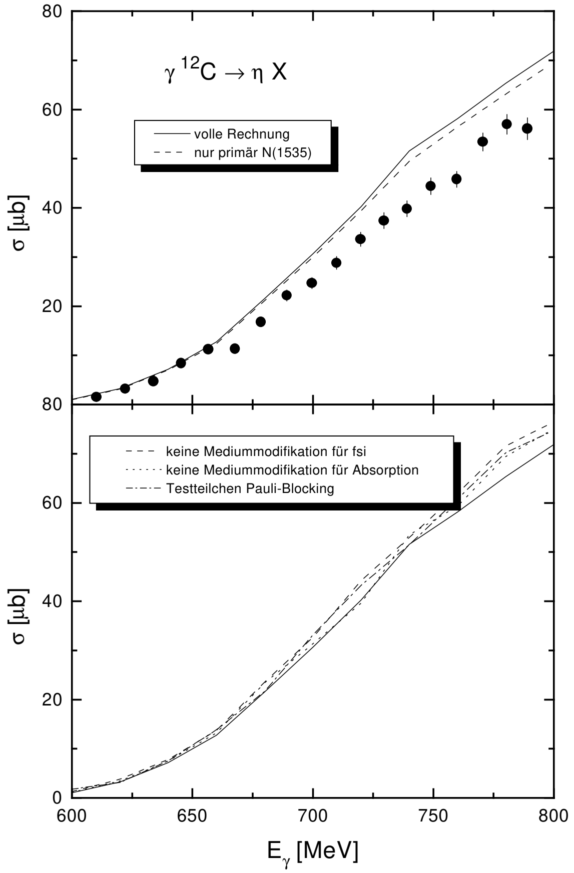


Abbildung 6.14: Der totale Etaproduktionswirkungsquerschnitt an ^{12}C. Die Daten sind aus [9].

Wahl des Verfahrens beim Pauli-Blocking.
Der Wirkungsquerschnitt für die Etaproduktion an ^{40}Ca ist in Abbildung 6.15 dargestellt. Im Gegensatz zu Kohlenstoff ist hier die Übereinstimmung

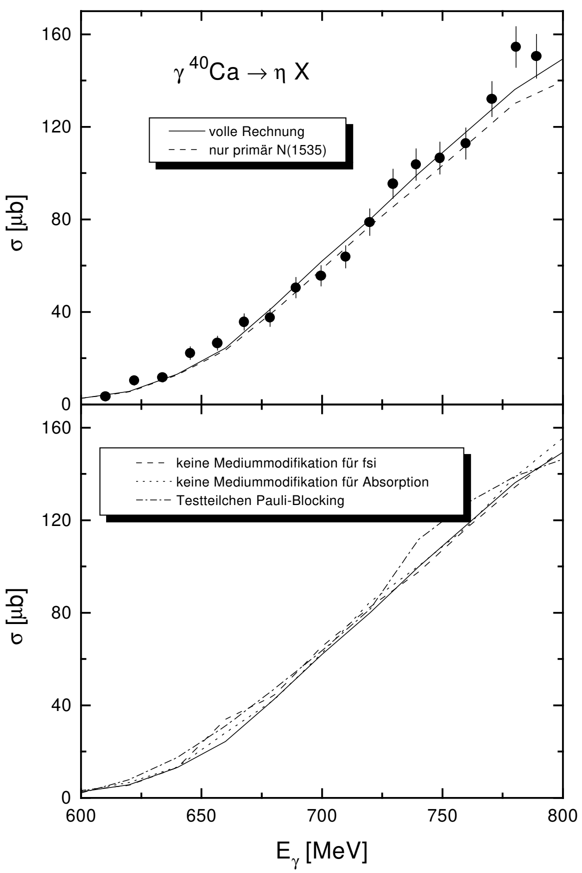


Abbildung 6.15: Der totale Etaproduktionswirkungsquerschnitt an ^{40}Ca. Die Daten sind aus [9].

mit den experimentellen Daten sehr gut. Aus Abbildung 6.15 sieht man, daß auch für diesen Kern die Effekte der In-Medium-Breiten und des Pauli-Blocking-Verfahrens sehr klein sind.

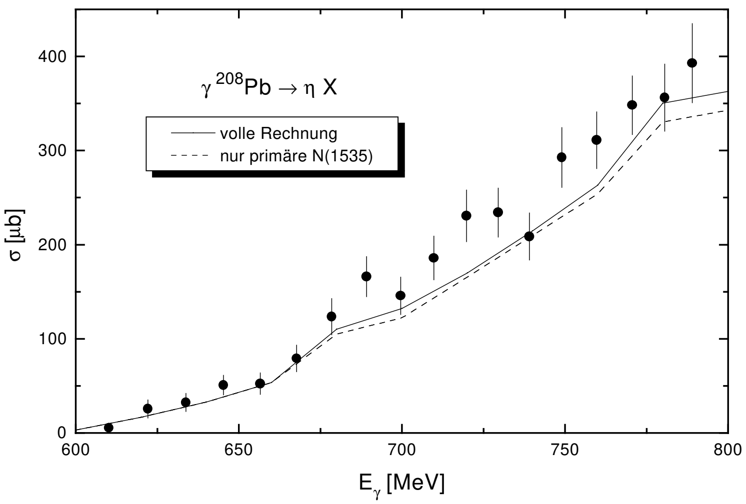


Abbildung 6.16: Der totale Etaproduktionswirkungsquerschnitt an ^{208}Pb. Die Daten sind aus [9].

In Abbildung 6.16 sieht man den Wirkungsquerschnitt für die Etaproduktion an ^{208}Pb. Angesichts der Tatsache, daß der dargestellte Wirkungsquerschnitt pro Nukleon bei einer Einschußenergie von 800 MeV nur etwa 15% des Vakuum-Wirkungsquerschnittes beträgt, ist die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten sehr gut.
Die Berechnungen des Etaproduktionswirkungsquerschnittes in [10] liegen - abhängig von der Gammaenergie - für ^{12}C um etwa 15% und für ^{208}Pb um etwa 30% über den hier dargestellten Rechnungen.

6.3.2 Differentielle Wirkungsquerschnitte

Der winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitt für die Etaproduktion an ^{40}Ca ist in Abbildung 6.17 für verschiedene Einschußenergien dargestellt. Die Struktur dieser Kurven entspricht in sehr guter Näherung den Kurven, die sich bei

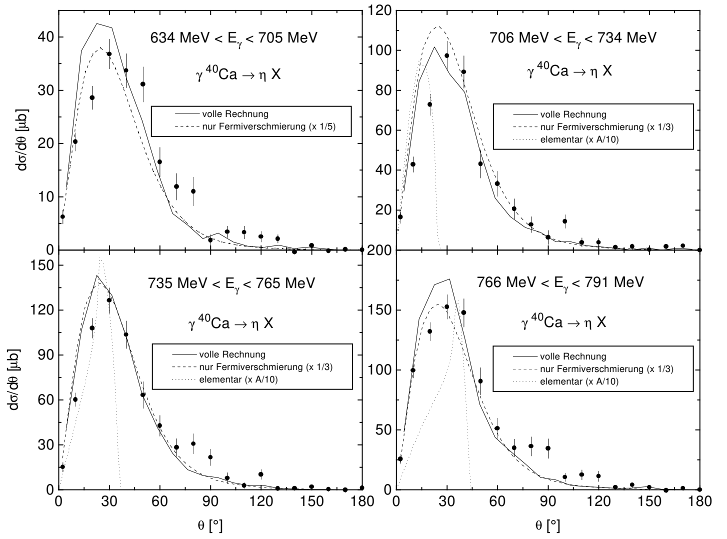


Abbildung 6.17: Winkeldifferentielle Wirkungsquerschnitte für die Etaproduktion an ^{40}Ca. Die Daten sind aus [9].

einer Faltung des elementaren Wirkungsquerschnittes mit der Fermibewegung der Nukleonen des Kerns ergeben. Dies folgt unmittelbar aus der oben diskutierten Tatsache, daß etwa 90% der den Kern verlassenden Etas an keiner Wechselwirkung mit einem zweiten Nukleon teilgenommen haben. Daß die meisten dieser Etas an der Oberfläche des Kerns erzeugt wurden, spielt für die Fermifaltung keine Rolle, da bei Dichte $\rho_0/2$ der Fermiimpuls immer noch 80% des Fermiimpulses bei Dichte ρ_0 beträgt.
Man sieht jedoch, daß die experimentellen Daten gegenüber unseren berechneten Kurven stets zu etwas größeren Winkeln verschoben sind. Dies ist auch für die anderen betrachteten Kerne ^{12}C und ^{208}Pb der Fall.
In Abbildung 6.18 ist der energiedifferentielle Wirkungsquerschnitt im Vergleich mit dem Experiment dargestellt. Auch hier wird die Struktur der berechneten Kurven sehr gut durch eine Fermifaltung des elementaren Wirkungsquerschnittes erklärt. Die experimentellen Daten sind jedoch für alle

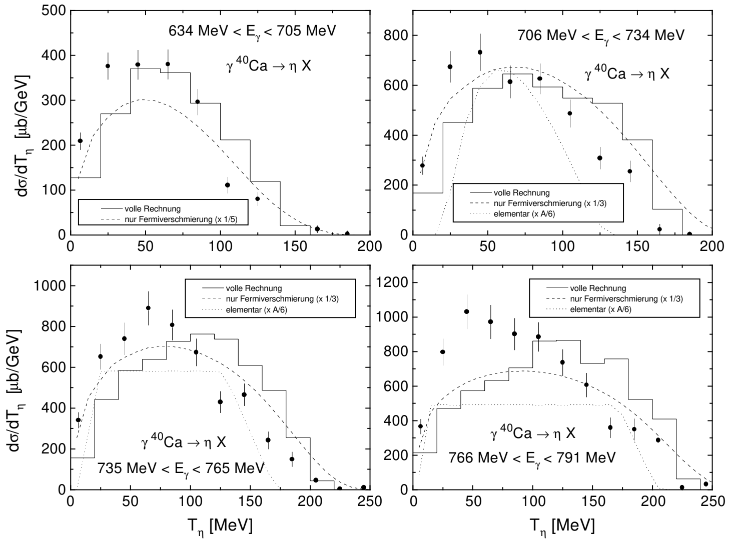


Abbildung 6.18: Energiedifferentielle Wirkungsquerschnitte für die Etaproduktion an ^{40}Ca. Die Daten sind aus [9].

Gammaenergien zu kleineren Etaenergien verschoben. Diese Verschiebung steht in engem Zusammenhang mit dem winkeldifferentiellen Wirkungsquerschnitt, da unter Vorwärtswinkeln emittierte Etas größere Energien haben als unter Rückwärtswinkeln. Eine mögliche Ursache wäre ein größerer Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung der Etas an Nukleonen oder ein attraktives Etapotential in Kernmaterie.

Kapitel 7

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde die Gamma-Kern-Reaktion für Gammaenergien zwischen 300 und 1200 MeV im Rahmen eines semi-klassischen BUU-Transportmodells untersucht. Neben der Gammaabsorption wurde die Produktion von Pionen und Etas berechnet.
Da zur Gammaabsorption im betrachteten Energiebereich Nukleonenresonanzen beitragen, die bislang nicht in das BUU-Programm implementiert waren, wurde dieses um alle Nukleonenresonanzen bis zu einer Masse von 2 GeV erweitert. Wirkungsquerschnitte für die Wechselwirkung dieser Resonanzen mit Nukleonen wurden im Rahmen eines einfachen Modells aus einer Anpassung an die $NN \to NN\pi$-Wirkungsquerschnitte gewonnen. Eine Sonderrolle nahm dabei die $\Delta(1232)$-Resonanz ein, da für diese Resonanz experimentell bestimmte massendifferentielle Wirkungsquerschnitte vorliegen.
Mit diesen Wirkungsquerschnitten wurde die Stoßverbreiterung der für die Gammaabsorption relevanten Resonanzen als Funktion von Masse, Impuls und Nukleonendichte berechnet. Für die $\Delta(1232)$-Resonanz hat sich gezeigt, daß in Kernmaterie nur eine geringe Verbreiterung auftritt, da sich Stoßverbreiterung und Reduktion der Breite durch Pauli-Blocking von Nukleonenendzuständen des freien Zerfalls weitgehend die Waage halten. Für die höheren Resonanzen spielt die Verbreiterung aufgrund von Stössen auch unter Berücksichtigung der Unsicherheiten bezüglich der verwendeten Wirkungsquerschnitte nur eine untergeordnete Rolle.
Die Resonanzbeiträge zum elementaren Gamma-Nukleon-Wirkungsquerschnitt wurden über eine Anpassung an eine Partialwellenanalyse der $\gamma N \to N\pi$-Reaktion festgelegt, wobei Resonanzbeiträge und Untergrund kohärent aufaddiert wurden.
Bei den Berechnungen zur Gammaabsorption am Kern wurden neben Fermi-Verschmierung und Pauli-Blocking die aus den In-Medium-Breiten der beteiligten Resonanzen folgenden Selbstenergien berücksichtigt. Im Bereich der

$\Delta(1232)$-Resonanz reicht dies zur Beschreibung der experimentellen Daten nicht aus. Offensichtlich ist es notwendig, weitergehende Mediummodifikationen vorzunehmen. In Rechnungen im Rahmen des sogenannten Delta-Hole-Modells spielen Beiträge aus der Mehrkörperabsorption sowie Effekte, die sich aus einem Pionenpotential ergeben, eine wichtige Rolle.
Im Vergleich mit phänomenologischen Ansätzen hat sich gezeigt, daß zum einen die kohärente Addition von Deltabeitrag und Untergrund und zum anderen die Massenabhängigkeit der Deltabreite von wichtiger Bedeutung sind.
Im Bereich der $N(1520)$-Resonanz ist es nicht möglich unter Annahme realistischer Werte der Stoßverbreiterung, ein Verschwinden der Resonanz im Absorptionswirkungsquerschnitt, wie es im Experiment beobachtet wird, zu erzielen. Das Verschwinden des $N(1680)$ erklärt sich aus der Fermi-Verschmierung.
Aussagen über die Rechnungen zur Pionenproduktion sind insofern problematisch, als diese Ergebnisse in entscheidendem Maße von der Gammaabsorption abhängen, die wir bislang noch nicht korrekt beschreiben können. Da die hier berechneten Wirkungsquerschnitte im Bereich der Deltaresonanz über den experimentellen Daten liegen, ist vermutlich der Wirkungsquerschnitt für die primäre Pionenproduktion im Kern zu hoch. Eine andere Möglichkeit ist, daß die Pionenabsorption aufgrund des Fehlens von Dreikörperabsorptionsprozessen zu klein ist.
Die Berechnungen zur Etaproduktion zeigen demgegenüber eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Um eine bessere Beschreibung der differentiellen Wirkungsquerschnitte zu erzielen, ist es vermutlich notwendig, ein attraktives Etapotential oder eine zusätzliche elastische Streuung von Etas an Nukleonen zu berücksichtigen.

Anhang A

Das Kollisionskriterium

Falls zwei Testteilchen einen Stoßparameter haben, der kleiner ist als der für einen Stoß dieser beiden Teilchen zulässige maximale Stoßparameter, muß entschieden werden, in welchem Zeitschritt diese beiden Teilchen möglicherweise stoßen. Kodama et al. [17] geben den folgenden Algorithmus zur Lösung dieses Problems an.
Die Koordinaten der beiden Teilchen seien im Rechensytem zu einer Zeit t durch $\vec{x}_1$, $\vec{x}_2$ und ihre Viererimpulse durch $(E_1, \vec{p}_1)$, $(E_2, \vec{p}_2)$ gegeben. Eine Lorentz-Transformation in das Schwerpunktsystem der beiden Teilchen liefert die Raumzeitkoordinaten $(t_1^{cm}, \vec{x}_1^{cm})$, $(t_2^{cm}, \vec{x}_2^{cm})$ und die Viererimpulse $(E_1^{cm}, \vec{p}_1^{cm})$, $(E_2^{cm}, \vec{p}_2^{cm})$. Unter der Annahme zeitlich konstanter Viererimpulse sind die Ortskoordinaten der beiden Teilchen im Schwerpunktsystem als Funktion des Zeitparameters t^{cm} gegeben durch:

$$\vec{x}_i^{cm}(t^{cm}) = \vec{x}_i^{cm}(t_i^{cm}) + \vec{v}_i^{cm}(t^{cm} - t_i^{cm}) \quad , \tag{A.1}$$

wobei

$$\vec{v}_i^{cm} = \frac{\vec{p}_i^{cm}}{E_i^{cm}}$$

Der räumliche Abstand d der beiden Teilchen im Schwerpunktsystem zu einem Zeitpunkt t^{cm} ist somit:

$$d^2(t^{cm}) = (\vec{x}_{12}^{cm} + \vec{v}_{12}^{cm} t^{cm})^2 \quad , \tag{A.2}$$

mit

$$\begin{aligned} \vec{x}_{12}^{cm} &= \vec{x}_1^{\,cm} - \vec{x}_2^{\,cm} - \vec{v}_1^{\,cm}\, t_1^{cm} + \vec{v}_2^{\,cm}\, t_2^{cm} \\ \vec{v}_{12}^{cm} &= \vec{v}_1^{\,cm} - \vec{v}_2^{\,cm} \end{aligned}$$

Dann ist der Stoßparameter b, also der minimale Abstand im Schwerpunkt-system, gegeben durch:

$$b^2 = (\vec{x}_{12}^{cm})^2 - \frac{(\vec{x}_{12}^{cm} \cdot \vec{v}_{12}^{cm})^2}{(\vec{v}_{12}^{cm})^2} \tag{A.3}$$

Der zugehörige Zeitpunkt ist:

$$t_{min}^{cm} = -\frac{\vec{x}_{12}^{cm} \cdot \vec{v}_{12}^{cm}}{(\vec{v}_{12}^{cm})^2} \tag{A.4}$$

Als Funktion der Koordinaten im Rechensystem ergibt sich b^2 zu:

$$b^2 = R_{12}^2 - \frac{h_{12}^2}{v_{12}^2} \tag{A.5}$$

mit

$$\begin{aligned} R_{12}^2 &= (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)^2 + ((\vec{p}_1 \cdot (\vec{x}_2 - \vec{x}_1))/m_1)^2 \\ h_{12} &= \vec{p}_1 \cdot (\vec{x}_2 - \vec{x}_1)/m_1 - (\vec{p}_2 \cdot (\vec{x}_2 - \vec{x}_1))m_1/(p_1 \cdot p_2) \\ v_{12}^2 &= 1 - \left(\frac{m_1\, m_2}{p_1 \cdot p_2}\right) \end{aligned} \tag{A.6}$$

Die dargelegte Berechnung des Stoßparameters b ist lorentz-invariant und enthält noch keine Approximation. Nun muß aber noch der Zeitpunkt der Kollision festgelegt werden. Eine natürliche Wahl dieses Zeitpunktes im Schwerpunktsystem ist t_{min}^{cm}. Dieser Zeitpunkt korrespondiert allerdings zu verschiedenen Kollisionszeitpunkten der beiden Teilchen im Rechensystem, was im Rahmen einer BUU-Simulation nicht realisierbar ist, da hier die Kollision zu gleichen Zeiten im Rechensystem erfolgen muß. Deshalb betrachten wir das Eigenzeitintervall $\Delta\tau_{12}$ für Teilchen 1 vom Ort $\vec{x_1}$ zum Kollisionspunkt mit Teilchen 2, wobei nun als Kollisionszeitpunkt im Schwerpunktsystem von Teilchen 1 der Zeitpunkt des kürzesten räumlichen Abstands in diesem System angenommen ist. Für diesen Zeitpunkt gilt dann wieder Gleichung (A.4) unter der Voraussetzung, daß alle Größen im Schwerpunktsystem von Teilchen 1 und nicht im gemeinsamen Schwerpunktsystem beider Teilchen berechnet werden.
Als Funktion der Koordinaten im Rechensystem erhält man:

$$\Delta\tau_{12} = \vec{p}_1 \cdot (\vec{x}_2 - \vec{x}_1)/m_1 - h_{12}/v_{12}^2 \tag{A.7}$$

Im Rechensystem ist dieses Zeitintervall:

$$\Delta t_{12} = \frac{E_1}{m_1}\Delta\tau_{12} \tag{A.8}$$

Analog berechnet sich Δt_{21}.
Eine Kollision zum Zeitpunkt t im Rechensystem findet nun statt [3], falls:

$$|\Delta t_{12} + \Delta t_{21}| \leq \Delta t \quad , \tag{A.9}$$

wobei Δt die im Programm verwendete Zeitschrittweite ist.

Anhang B

Kinematik

B.1 2 Teilchen

Die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ zweier Teilchen mit Viererimpulsen $(E_1, \vec{p_1})$ und $(E_2, \vec{p_2})$ ist:

$$s = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p_1} + \vec{p_2})^2 \tag{B.1}$$

Daraus läßt sich der Schwerpunktsimpuls q berechnen:

$$q^2 = \frac{(s - (m_1 + m_2)^2)(s - (m_1 - m_2)^2)}{4\,s} \quad , \tag{B.2}$$

wobei m_1 und m_2 die Massen der Teilchen bezeichnen. Für Gamma-Nukleon-Stöße wird häufig der Zusammenhang der Energie E_γ im Laborsystem (in dem das Nukleon ruht) mit $\sqrt{s}$ benötigt:

$$E_\gamma = \frac{s - M_N^2}{2\,M_N} \tag{B.3}$$

B.2 3 Teilchen

Bei Prozessen mit 3 Teilchen im Endzustand, zum Beispiel $N\,N \to N\,N\,\pi$ oder $\gamma\,N \to N\,\pi\,\pi$, benötigen wir eine Verteilung der auslaufenden Impulse im Schwerpunktsystem. Unter der Annahme, daß das Matrixelement nicht von diesen Teilchenimpulsen abhängt, erhält man:

$$\begin{aligned}
\sigma_{ab\to 123} &= \int \frac{(2\pi)^4}{4\,p_{ab}\,\sqrt{s}}\,\delta^4(p_a + p_b - p_1 - p_2 - p_3)\,\left|\mathcal{M}_{ab\to 123}\right|^2 \times \\
&\quad \frac{d^3p_c}{(2\pi)^3\,2E_c}\,\frac{d^3p_d}{(2\pi)^3\,2E_d}\,\frac{d^3p_e}{(2\pi)^3\,2E_e} \\
&= \frac{(2\pi)^4}{64\,p_{ab}\,\sqrt{s}^3}\,\left|\mathcal{M}_{ab\to 123}\right|^2 \int dm_{12}^2 \int dm_{23}^2
\end{aligned} \tag{B.4}$$

$$\text{mit} \quad m_{ij} = (p_i - p_j)^2 \quad ,$$

wobei mit p_{ab} der Schwerpunktsimpuls der Teilchen a und b und mit p_i die Viererimpulse der auslaufenden Teilchen bezeichnet sind. Die Integrationsgrenzen für die Phasenraumintegration sind gegeben als:

$$\begin{aligned}
(m_{12}^2)_{min} &= (m_1 + m_2)^2 \\
(m_{12}^2)_{max} &= (\sqrt{s} - m_3)^2 \\
(m_{23}^2)_{min} &= (E_2^* + E_3^*)^2 - \left(\sqrt{E_2^{*2} - m_2^2} + \sqrt{E_3^{*2} - m_3^2}\right)^2 \\
(m_{23}^2)_{max} &= (E_2^* + E_3^*)^2 - \left(\sqrt{E_2^{*2} - m_2^2} - \sqrt{E_3^{*2} - m_3^2}\right)^2
\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
E_3^* &= \frac{s - m_{12}^2 - m_3^2}{2\,m_{12}} \\
E_2^* &= \frac{m_{12}^2 + m_2^2 - m_1^2}{2\,m_{12}} \quad ,
\end{aligned}$$

wobei mit m_i die Massen der auslaufenden Teilchen bezeichnet sind.

B.3 Lorentz-Transformation von Wirkungsquerschnitten

Der Wirkungsquerschnitt σ ist gegeben als:

$$\sigma = \frac{dN/dt}{\Phi} \quad , \tag{B.5}$$

wobei dN/dt die Anzahl der Ereignisse pro Zeit und Φ den Fluß (also Teilchenanzahl pro Fläche und Zeit) der einfallenden Teilchen bezeichnen. Betrachten wir nun die Streuung eines Teilchens B an einem Teilchen A im Ruhesystem von Teilchen A, so ist [54]:

$$\sigma = \frac{dN/dt}{\Phi} = \frac{dN/dt}{\rho_B\,v_B} = \frac{dN/dt\;E_B}{\rho_B\,p_B} \tag{B.6}$$

wobei die Geschwindigkeit, die Energie, der Impuls und die Dichte der einfallenden Teilchen B mit v_B, E_B, p_B und ρ_B bezeichnet sind.

Der Wirkungsquerschnitt σ' in einem Bezugssystem, in dem sich Teilchen A mit einem Impuls $\vec{p}_A$ bewegt ist nun gegeben als:

$$\sigma' = \frac{dN/dt'}{\Phi'} = \sigma \frac{dt}{dt'} \frac{\rho_B \, E'_B \, p_B}{\rho'_B \, E_B \, p'_B} = \sigma \frac{M_A}{\sqrt{M_A^2 + p_A^2}} \frac{p_B}{p'_B} \quad , \tag{B.7}$$

da ρ/E lorentz-invariant ist.

Anhang C

Feynman-Regeln

Hier soll kurz erläutert werden, wie man im Rahmen der phänomenologischen Pion-Nukleon-Feldtheorie aus den Lagrangedichten und Feynman-Diagrammen Matrixelemente erhält. Für einen Graph ergibt sich ein Matrixelement $\mathcal{M}$ als Produkt von Faktoren, die man den verschiedenen Elementen des Graphen zuordnet:

1. Eine einlaufende äußere Nukleonenlinie erhält einen Faktor $u(p,s)$, eine auslaufende $\bar{u}(p,s)$, wobei p der Viererimpuls des Teilchens ist. Für eine Deltaresonanz: $u^\mu_\Delta(p,s)$ beziehungsweise $\bar{u}^\mu_\Delta(p,s)$.

2. Die Vertexfunktion entspricht der Lagrangedichte ohne Spinoren und Mesonfeld und wird multipliziert mit i zwischen den beiden beteiligten Baryonenspinoren eingefügt. Falls die Vertexfunktion Lorentzindizes trägt, werden diese mit den Indizes der Spinoren kontrahiert. Der aus der Vertexfunktion resultierende Isospinfaktor ist proportional zum Clebsch-Gordan-Koeffizient für die Kopplung der beteiligten Isospins.

3. Ein Faktor
$$\frac{\mathrm{i}}{q^2 - m_\pi^2}$$
für eine innere Pionenlinie, wobei q der Viererimpuls des Pions ist.

4. Ein Faktor
$$\frac{\mathrm{i}\,(g_{\alpha\beta} - q_\alpha \, q_\beta / m_\rho^2)}{q^2 - m_\rho^2}$$
für eine innere Rholinie.

5. Zwei Matrixelemente erhalten ein relatives Minuszeichen, falls sie sich nur im Austausch zweier äußerer, identischer Fermionenlinien unterscheiden.

Das gesamte Matrixelement ist dann die Summe der auf diese Weise für die einzelnen Graphen erhaltenen Matrixelemente. Für einen Wirkungsquerschnitt benötigt man das quadrierte Matrixelement, wobei über die Spins der einlaufenden Teilchen gemittelt und über die der auslaufenden summiert wird:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{N_{in}} \sum_{s_1,s_2,\ldots} \mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger \quad ,$$

mit N_{in} als der Anzahl der Spinkonfigurationen der einlaufenden Teilchen. Dieses quadrierte Matrixelement kann nun unter Spurbildung und Verwendung der zyklischen Vertauschbarkeit innerhalb einer Spur berechnet werden, wobei noch die folgenden Relationen für die Spinoren benötigt werden:

$$\sum_s u(p,s)\bar{u}(p,s) = \not{p} + M_N \tag{C.1}$$

$$\sum_s u^\mu_\Delta(p,s)\bar{u}^\nu_\Delta(p,s) = -(\not{p} + M_\Delta)\left(g_{\mu\nu} - \frac{1}{3}\gamma_\mu\gamma_\nu - \frac{2p_\mu p_\nu}{3M_\Delta} + \frac{p_\mu\gamma_\nu - p_\nu\gamma_\mu}{3M_\Delta}\right) \tag{C.2}$$

Schließlich müssen dann Spuren über Produkte von Gamma-Matrizen ausgewertet werden.

Literaturverzeichnis

[1] G. F. Bertsch, H. Kruse and S. Das Gupta,
Boltzmann equation for heavy-ion collisions,
Phys. Rev. **C29** (1984) 673.

[2] W. Cassing, V. Metag, U. Mosel and K. Niita,
Production of energetic particles in heavy-ion collisions,
Phys. Rep. **188** (1990) 363.

[3] G. Wolf,
Particle production at SIS energies,
GSI-93-55 preprint, Juli 1993.

[4] A. Engel, W. Cassing, U. Mosel, M. Schäfer and G. Wolf,
Pion-nucleus reactions in a microscopic transport model,
Nucl. Phys. **A572** (1994) 657.

[5] W. Ehehalt, W. Cassing, A. Engel, U. Mosel and G. Wolf,
Resonance properties in nuclear matter,
Phys. Rev. **C47** (1993) 2467.

[6] E. A. Arakelyan et al.,
Sov. J. Nucl. Phys. **38** (1983) 589.

[7] N. Bianchi et al.,
Absolute totale photoabsorption cross sections on nuclei in the nucleon resonance region,
Phys. Lett. **B325** (1994).

[8] T. Frommhold et. al.,
Total photofission cross section for ^{238}U as a substitute for the photon absorption cross section in the energy range of the first baryon resonances,
Phys. Lett. **B295** (1992).

[9] M. E. Röbig-Landau,
Photoproduktion von η-Mesonen an komplexen Kernen,
Dissertation 1995, II. Physikalisches Institut, Gießen.

[10] A. Hombach, A. Engel, S. Teis and U. Mosel,
Pion and eta photoproduction in nuclei
Z. Phys. **A352** (1995) 223.

[11] L. W. Nordheim,
Proc. Roy. Soc. (London) **A119** (1928) 689.

[12] E. A. Uehling and G. E. Uhlenbeck,
Phys. Rev. **43** (1933) 552.

[13] G. F. Bertsch and S. Das Gupta,
A guide to microscopic models for intermediate energy heavy ion collisions,
Phys. Rep. **160** (1988) 189.

[14] F. Hofmann, private Mitteilung

[15] T. Mayer-Kuckuk,
Kernphysik,
Teubner Studienbücher, Stuttgart (1984).

[16] T. Ericson and W. Weise,
Pions and nuclei,
Clarendon Press, Oxford (1988).

[17] T. Kodama et al.,
Causality and relativistic effekts in intranuclear cascade calculations,
Phys. Rev. **C29** (1984) 2146.

[18] Particle Data Group,
Review of Particle Properties,
Phys. Rev. **D50** (1994) 1173.

[19] B. Krusche et al.,
Near threshold photoproduction of η-mesons off the proton,
Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 3736.

[20] R. A. Arndt et al.,
Pion-nucleon partial wave analysis to 2 GeV,
Phys. Rev. **D43** (1991) 2131.

[21] J. H. Koch, E. J. Moniz and N. Ohtsuka,
Nuclear photoabsorption and compton scattering at intermediate energy,
Ann. of Phys. **154** (1984) 99.

[22] V. Dmitriev and O. Sushkov,
Δ-formation in the $^1H(^3He,^3H)\Delta^{++}$-reaction at intermediate energies,
Nucl. Phys. **A459** (1986) 503.

[23] Gy. Wolf, private Mitteilung

[24] Baldini, Flamino, Moorhead, Morrison,
Landolt-Börnstein,
Band 12, Springer Verlag, Berlin, 1987.

[25] G. Alexander et al.,
Proton-proton interactions at 5.5 GeV/c,
Phys. Rev. **154** (1967) 1284.

[26] E. Chiavassa et al.,
Eta meson production in p d and p p collisions,
Phys. Lett. **B337** (1994) 192.

[27] A. M. Bergdolt et al.,
Total cross section of the $pp \rightarrow pp\eta$ reaction near threshold,
Phys. Rev. **D48** (1993) R2969.

[28] S. Teis, private Mitteilung

[29] G. E. Brown, H. Toki, W. Weise and A. Wirzba,
Double-Δ(1232) formation in pion-nucleus absorption,
Phys. Lett. **B118** (1982) 39.

[30] H. C. Dönges, M. Schäfer and U. Mosel,
Microscopic model of the timelike electromagnetic form-factor of the nucleon,
Phys. Rev. **C51** (1995) 950.

[31] J. Cugnon, T. Mizutani and J. Vandermeulen,
Equilibration in relativistic nuclear collisions. A monte carlo calculation,
Nucl. Phys. **A352** (1981) 505.

[32] F. Halzen and A. D. Martin,
Quarks and leptons,
John Wiley & Sons, New York, 1984.

[33] L. A. Kondratyuk et al.,
Suppression of nucleon resonances in the total photoabsorption on nuclei,
Nucl. Phys. **A579** (1994) 453.

[34] R. Loudon,
The quantum theory of light,
Clarendon press, Oxford, 1973, p.84 ff.

[35] P. Danielewicz, private Mitteilung

[36] R. A. Arndt, R. L. Workman, Z. Li and L. D. Roper,
Partial-wave analysis of pion photoproduction,
Phys. Rev. **C42** (1990) 1853.

[37] R. L. Walker,
Phenomenological analysis of single-pion photoproduction,
Phys. Rev. **182** (1969) 1729.

[38] D. Menze, W.Pfeil and R. Wilcke,
ZAED Compilation of pion photoproduction data,
Universität Bonn, 1977

[39] B. Krusche, private Mitteilung

[40] B. Krusche et al.,
Near threshold photoproduction of η-mesons from the deuteron,
Phys. Lett. **B358** (1995) 40.

[41] ABBHHM Collaboration,
Photoproduction of meson and baryon resonances at energies up to 5.8 GeV,
Phys. Rev. **175** (1968) 1669.

[42] G. Gialanella et al.,
Nuovo Cimento **63A** (1969) 892.

[43] A. Bragheri et al.,
Total cross section measurement for the three double pion photoproduction channels on the proton,
Preprint CEA/DAPNIA/SPhn **94 44**.

[44] B. Krusche, private Mitteilung

[45] L. Y. Murphy and J.-M. Laget,
Reaction mechanisms in two-pion photoproduction on the proton
Preprint CEA/DAPNIA/SPhn **94 44**.

[46] J. A. Gomez Tejedor and E. Oset,
A model for the $\gamma p \to \pi^+\pi^- p$ reaction,
Nucl. Phys. **A571** (1994) 667.

[47] T. A. Armstrong et al.,
Total hadronic cross section of γ rays in hydrogen in the energy range 0.265-4.215 GeV
Phys. Rev. **D5** (1972) 1640.

[48] T. A. Armstrong et al.,
The total photon deuteron hadronic cross section in the energy range 0.265-5.215 GeV
Nucl. Phys. **B41** (1972) 445.

[49] N. Bianchi et al.,
Absolute measurement of the total photoabsorption cross section for carbon in the nucleon resonance region
Phys. Lett. **B309** (1993) 5.

[50] J. A. Gomez Tejedor, M. J. Vicente-Vacas and E. Oset,
Double pion photoproduction in nuclei
Nucl. Phys. **A588** (1995) 819.

[51] R. C. Carrasco and E. Oset,
Interaction of real photons with nuclei from 100 to 500 MeV
Nucl. Phys. **A536** (1992) 445.

[52] M. M. Giannini and E. Santopinto,
Nucleon resonances in nuclei and quark exchange
Phys. Rev. **C49** (1994) R1258.

[53] W. M. Alberico, G. Gervino and A. Lavagno,
Phenomenological approach to baryon resonance damping in nuclei
Phys. Lett. **B321** (1994) 177.

[54] R. C. Carrasco, E. Oset and L. L. Salcedo,
Inclusive (γ,π) reactions in nuclei
Nucl. Phys. **A541** (1992) 585.

[55] J. Arends et al.,
Measurement of total cross sections for π^0 photoproduction on nuclei in the Δ-resonance region
Nucl. Phys. **A454** (1986) 579.

[56] J. Arends et al.,
Inclusive charged pion photoproduction on ^{12}C using tagged photons in the energy range (200-390) MeV
Z. Phys. **A305** (1982) 205.

Dank

Mein Dank gilt vor allem Herrn Prof. Dr. Ulrich Mosel für die Aufnahme an sein Institut und die interessante Themenstellung. Sein Interesse und seine engagierte Betreuung haben wesentlich zum Fortgang dieser Arbeit beigetragen.
Die vorliegende Arbeit wäre ohne die Hilfsbereitschaft meiner BUU-Kollegen Stefan Teis und Alexander Hombach nicht möglich gewesen. Inbesondere möchte ich mich für ihre Unterstützung in der Einarbeitungsphase und die sorgfältige Korrektur des Manuskripts bedanken.
Die Diskussionsbereitschaft von Thomas Feuster und Wolfram Peters in allen photonukleare Prozesse betreffenden Fragestellungen hat das Gelingen dieser Arbeit sehr gefördert.
Allen Mitgliedern des Instituts, vor allem der Partyzimmer-Besatzung Frank Hofmann, Manuel Hoffmann und Thomas Weidmann, danke ich für die angenehme Arbeitsatmosphäre.
Da im Rahmen dieser Arbeit aufwendige numerische Rechnungen durchgeführt wurden, danke ich dem Team, das dafür sorgte, die Computer lauffähig zu halten.
Beim täglichen Kampf mit Formularen, Fristen, Büchern und Leihscheinen standen mir Elke Jung und Christiane Pausch hilfreich zur Seite.
Meinen Eltern danke ich, daß sie mir durch ihre finanzielle Unterstützung das Physikstudium ermöglichten.